

Смульский И.И. Осесимметричное кулоновское взаимодействие и неустойчивость орбит / Институт криосферы Земли СО РАН. - Тюмень, 2013. - 30 с. - Илл.: 12.- Библиогр.: 22 назв. - Рус. Деп. в ВИНТИ 28.10.2013 № 304-В2013.

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ КРИОСФЕРЫ ЗЕМЛИ

УДК 539.1.09 +521.1

И.И. Смульский

ОСЕСИММЕТРИЧНОЕ КУЛОНОВСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ
И НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ОРБИТ

Тюмень 2013

Аннотация

Индетерминированное рассмотрение микромира на основе квантовой механики привело к вероятностному его пониманию. В тоже время изучение микромира на основе кулоновских взаимодействий в ряде случаев дает детерминированное представление о нем. Однако в этом случае необходимо решать сложные задачи взаимодействия многих частиц. Для численного решения с высокой точностью задач гравитационного взаимодействия многих тел разработана программа Galactica. В работе рассмотрен алгоритм модификации этой программы для решения задач кулоновского взаимодействия.

Для интегрирования дифференциальных уравнений движения должны быть заданы начальные условия, которые определяются геометрией взаимодействующих частиц. Так как в современной физике геометрия атомов не определена, то в качестве примера рассмотрены их осесимметричные модели. Они состоят из положительного заряженного ядра и осесимметрично расположенных на плоскости электронов. Решены необходимые задачи для определения их координат и скоростей в начальный момент времени. По результатам решений разработана программа в среде MathCad для создания файла начальных условий.

С помощью модифицированной программы Galactica исследовано движение частиц в осесимметричной структуре с 8-ью периферийными электронами. Она оказалась неустойчивой. Для сравнения была рассмотрена аналогичная задача с гравитационным взаимодействием. Она также оказалась неустойчивой. Поэтому были выполнены более детальные исследования проблемы устойчивости осесимметричных структур. Они показали, что устойчивость структуры повышается с уменьшением параметров взаимодействия. Такая устойчивая структура с 8-ью периферийными телами рассмотрена для гравитационного взаимодействия.

В работе также на примере атома гелия рассмотрено осесимметричное взаимодействие с двумя периферийными электронами. Такая структура также неустойчива. В то же время двухчастичное взаимодействие на примере атома водорода, рассмотренное с помощью программы Galactica, является устойчивым и результаты численного решения совпадают с точным аналитическим решением.

Выполненные исследования показали, что программа Galactica может использоваться для исследования кулоновских взаимодействий. Показано как осесимметричная структура атома может быть применена для создания других его геометрий. Разработанные программы и методы могут быть использованы в этих исследованиях. В дальнейшем они позволят увеличить степень детерминированности объектов микромира.

1. Введение

Для расчета движения при гравитационном взаимодействии многих тел разработан высокоточный метод интегрирования, который реализован в программе Galactica [1]- [2]. На базе этой программы создана система свободного доступа Galactica [3], с помощью которой можно решать сложные задачи даже начинающему исследователю. При некоторой модификации исполняемого модуля системы Galactica она позволяет рассчитывать движение при кулоновском взаимодействии многих частиц.

Обычно в физике рассматривается кулоновское взаимодействие на основе задачи 2-х частиц. А поведение ансамблей частиц и их свойства изучают в результате статистической обработки двухчастичных взаимодействий. Кулоновское взаимодействие многих частиц необходимо для развития планетарной модели атома. Однако в 20-м веке

сложился индетерминированный подход к изучению микромира, при котором геометрия движений частиц не рассматривается, а свойства их ансамблей в квантовой механике описываются отвлеченными математическими функциями. Тем не менее, наряду с таким квантомеханическим рассмотрением микромира, рядом исследователей продолжает применяться классическая механика для объяснения ряда его явлений. Особенно много таких работ выполнено физиками-диссидентами. В Интернете можно найти даже подборки схем различных планетарных моделей атомов (см., например, [4]). А.Д. Власов [5] в своих исследованиях пришел к выводу о справедливости законов классической электродинамики внутри атома и несостоятельности их вероятностной интерпретации. Ф.М. Канарев на основе классической физики объясняет спектры излучения атомов. Правда он придерживается не орбитального взаимодействия электронов с протонами ядер, а линейного. Оно следует из выдвинутого им закона формирования спектров атомов и ионов [6] - [7].

Особо следует отметить работы М. Грызинского. На протяжении нескольких десятилетий он настойчиво рассматривает явления микромира, основываясь на кулоновском механизме взаимодействия. Например, явление дифракции электронов М. Грызинский объясняет [8] прецессией спина электрона. Он считает, что такое объяснение закрывает корпускулярно-волновую природу частиц и открывает основу для детерминистского описания природных процессов. В работе [9] М. Грызинский на основе бинарных кулоновских взаимодействий рассматривает ионизацию атомов и молекул. При этом ему удается объяснить одинарную и двойную ионизацию; спектры излучения, например, излучение одной или триплетной линий; дифракцию частиц при их рассеянии на атомах и молекулах и т.д.

Открытым в 1921 г. эффектом К. Рамзауэра о слабом рассеянии электронов при малых их энергиях всегда объясняли неприменимость классической механики к явлениям микромира. М. Грызинский [10] - [11] показал, что учет воздействия электронной оболочки атома позволяет объяснить это явление классическим кулоновским взаимодействием.

В работе [12] на основании классической механики он вывел уравнения для определения абсолютной энергии торможения частиц произвольной средой во всем нерелятивистском диапазоне энергий. Расчеты энергии торможения для конкретных веществ и частиц находятся в хорошем согласии с экспериментом.

Все эти задачи М. Грызинского имеют хорошее математическое обоснование. При этом он решает их аналитическими методами. Такой способ решения задач требует достаточно высокого уровня знаний исследователя не только в области физики, но и в

области математики. Кроме того, даже при этих условиях решение задач взаимодействия многих частиц проблематично. Поэтому использование численных методов для решения таких задач кулоновского взаимодействия открывает перспективу детерминистского познания микромира.

2. Дифференциальные уравнения движения при кулоновском взаимодействии

Пусть имеется система материальных N точек (частиц) с массами m_i и электрическими зарядами q_i , где $i = 1, 2 \dots N$. Обозначим размерные координаты и скорости частицы i как $x_{mi}, y_{mi}, z_{mi}, v_{xmi}, v_{ymi}, v_{zmi}$ в неускоренной системе координат с началом в центре масс C . В частности, координаты могут быть выражены в метрах, а скорости – в м/с. На частицу i со стороны частицы k оказывается электростатическое воздействие, которое в виде проекции силы Кулона на ось x_m запишется так:

$$F_{xik} = \frac{q_i q_k (x_{mi} - x_{mk})}{\epsilon_d \cdot r_{mik}^3}, \quad (1)$$

где ϵ_d – диэлектрическая проницаемость среды, в которой находятся частицы;

$$r_{mik} = \sqrt{(x_{mi} - x_{mk})^2 + (y_{mi} - y_{mk})^2 + (z_{mi} - z_{mk})^2} - \quad (2)$$

– расстояние между i -ой и k -ой частицами.

Выражение (1) для проекции сил на ось x_m записано в системе единиц СГСЭ. Аналогичным образом выглядит выражение для силы в проекциях на оси y_m и z_m . Поэтому здесь и в дальнейшем все выражения будем записывать для одной проекции. Отметим, что из соображений экономичности мы здесь не используем векторные, тензорные или матричные обозначения для записи общих выражений для силы.

Просуммировав силы (1) по всем частицам, получаем кулоновскую силу их воздействия на i -ую частицу

$$F_{xi} = q_i \sum_{k \neq i}^N \frac{q_k (x_{mi} - x_{mk})}{\epsilon_d r_{mik}^3}, \quad (3)$$

где знаком Σ выражено суммирование по $k = 1, 2 \dots N$, за исключением $k = i$.

При воздействии (3) относительно неускоренной системы координат i -ая частица приобретает ускорение

$$\frac{dv_{mxi}}{dt} = \frac{q_i}{m_i} \sum_{k \neq i}^N \frac{q_k (x_{mi} - x_{mk})}{\epsilon_d r_{mik}^3}. \quad (4)$$

Дальше задача решается в безразмерном виде. Для этого вводится характерный размер Am области, в которой находятся наэлектризованные частицы. Все заряды q_i относим к абсолютной величине заряда электрона e_e , величина которого, например, в системе единиц СГСЭ $e_e = +4.80298 \cdot 10^{-10} \text{ см}^{3/2} \cdot \text{г}^{1/2} \cdot \text{сек}^{-1}$. Массы m_i относим к суммарной

массе M_{SS} всей системы взаимодействующих частиц. Тогда уравнение (4) в безразмерном виде примет следующий вид:

$$\frac{dv_{xi}}{dT} = -qm_i \cdot \sum_{k \neq i}^N \frac{qo_k \cdot (x_i - x_k)}{r_{ik}^3}, \quad (5)$$

$$\text{где } x_i = x_{mi} / Am; \quad r_{ik} = \sqrt{(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2 + (z_i - z_k)^2}; \quad (6)$$

$$qo_i = q_i / e_e; \quad qm_i = -qo_i / mo_i; \quad (7)$$

$$mo_i = m_i / M_{SS}; \quad M_{SS} = \sum_{i=1}^N m_i; \quad (8)$$

$$v_{xi} = v_{mxi} \cdot k_v; \quad k_v = \sqrt{\frac{\varepsilon_d M_{SS} \cdot Am}{e_e^2}}; \quad (9)$$

$$T = t \cdot k_t; \quad k_t = \sqrt{\frac{e_e^2}{\varepsilon_d \cdot M_{SS} \cdot Am^3}} = 1 / (Am \cdot k_v). \quad (10)$$

В этих уравнениях некоторые переменные: qm_i , qo_i , mo_i , Am обозначены двумя буквами, чтобы в компьютерных программах и здесь обозначения были одинаковыми.

Выражение (5) для трех проекций x , y и z представляет собой $3 \cdot N$ дифференциальных уравнений второго порядка, которые определяют движение заряженных частиц. Относительные заряды qo_i частиц могут быть положительные и отрицательные. Величина безразмерных единиц, которые описывают движение (5), зависит от произвольного параметра Am . Его значение можно выбрать таким, чтобы безразмерное время T было в удобных единицах для рассмотрения взаимодействий в микромире.

Гравитационные взаимодействия в программе Galactica определяются следующим безразмерным уравнением [3]

$$\frac{dv_{xi}}{dT} = -\sum_{k \neq i}^N \frac{mo_k (x_i - x_k)}{r_{ik}^3}. \quad (11)$$

Из сравнения (5) с (11) видно, что алгоритм для гравитационного взаимодействия можно приспособить к кулоновскому, если, во-первых, mo_k заменить на qo_k и, во-вторых, выражение (11) для ускорения dv_{xi}/dT умножить на qm_i . Эти изменения были внесены в программу Galactica и создан исполняемый модуль glk3pb30 для кулоновского взаимодействия.

3. Исходные данные и начальные условия

Для решения дифференциальных уравнений движения заряженных частиц (5) необходимо задавать исходные данные: N , qm_i и qo_i и начальные условия (НУ): координаты x_{0i} , y_{0i} , z_{0i} и скорости v_{x0i} , v_{y0i} , v_{z0i} в начальный момент времени T_0 . В качестве

частиц рассмотрим 4 объекта: электрон, протон, нейтрон и ядро атома. Из этих объектов будем конструировать модели атомов. На основании данных справочника [13] (см. стр. 749, 807, 910, 912) принимаем массы электрона, протона и нейтрона, соответственно: $m_e = 9.1091 \cdot 10^{-31}$ кг; $m_p = 1.67252 \cdot 10^{-27}$ кг; $m_{ne} = 1.67482 \cdot 10^{-27}$ кг. Радиус ядра атома согласно [13] определяется выражением

$$R_n = R_0 \cdot A_Z^{1/3}, \quad (12)$$

где $R_0 = 1.5 \cdot 10^{-15}$ м;

A_Z – атомный вес, Z – заряд атома.

Радиус электрона принимаем равным $R_e = 1.5 \cdot 10^{-15}$ м.

Для определения радиуса орбиты электрона воспользуемся формулой для среднего расстояния электрона от ядра (см. стр. 749 [13]):

$$r_m = \frac{a_{Bo}}{2 \cdot Z} [3 \cdot n_n^2 - l_n(l_n + 1)], \quad (13)$$

где $a_{Bo} = 5.29167 \cdot 10^{-11}$ м – радиус первой боровской орбиты;

n_n и l_n – квантовые числа.

В результате решений уравнений (5) с помощью программы Galactica была выбрана единица времени $P_m = 10^{-15}$ сек, при которой безразмерные переменные x , y , z и T выражаются величинами чисел порядка нескольких десятичных знаков. Для преобразования размерных величин в безразмерные задается коэффициент времени в виде $k_t = 1/P_m$. Из выражения (10) через k_t определяется характерный масштаб расстояния Am так:

$$Am = \left(\frac{10^{-9} \cdot e_e^2}{\epsilon_d \cdot M_{SS} \cdot k_t^2} \right)^{1/3}, \quad (14)$$

где 10^{-9} – коэффициент перевода единиц заряда в системе СГСЭ к единицам: м, кг и сек в системе СИ. Коэффициент скорости, в соответствии с (9), запишется так: $k_v = 1/(Am \cdot k_t)$.

Для определения начальных координат и скоростей частиц необходимо задавать геометрическую конфигурацию атома. Как уже отмечалось, в физике возобладал индетерминированный подход изучения микромира, поэтому в настоящее время конфигурация атома неизвестна. По-видимому, в результате решения рассматриваемых здесь задач она со временем определится. Ниже мы предприняли попытку рассмотрения плоской модели атома, которая состоит из ядра, осесимметрично расположенных N_l электронов. Электроны обращаются вокруг ядра (см. рис. 1). Такая задача в случае гравитационного воздействия решена аналитически точно [1], [14]. Каждая из

периферийных частиц движется вокруг центрального тела по траектории, которая в полярной системе координат (r, φ) имеет вид:

$$r_{i1} = \frac{R_p}{(\alpha_1 + 1) \cos(\varphi - \varphi_{0i}) - \alpha_1}, \quad i_1 = 1, 2 \dots N_1, \quad (15)$$

где $\alpha_1 = \mu_1 / (R_p \cdot v_p^2)$ – параметр траектории;

R_p – радиус перицентра, т.е. наименьшее расстояние между траекторией и центральным телом;

v_p – скорость тела в перицентрии;

φ_{0i1} – начальный полярный угол i_1 -ого тела в момент T_0 ;

$$\mu_{1g} = -G(m_0 + m_1 f_{n1}) - \quad (16)$$

– параметр взаимодействия; G – гравитационная постоянная; m_0 – масса центрального тела; m_1 – масса периферийного тела;

$$f_{n1} = 0.25 \sum_{i_2=2}^{N_1} 1 / \sin [(i_2 - 1) \cdot \pi / N_1] - \quad (17)$$

коэффициент вклада воздействия N_1 периферийных тел.

1.0000000000000000E-010	0.999727944522533	307.702140230615
1.0000000000000000E-010	-8.673617379884035E-019	8.673617379884035E-019
-4.336808689942018E-019	8.673617379884035E-019	-5.371593013823018E-002
0.123928527828917	0.0000000000000000E+000	0.0000000000000000E+000
0.0000000000000000E+000	12.8791888860771	12.8791888860771
0.0000000000000000E+000	1	1.0000000000000000E-007
0.0000000000000000E+000		

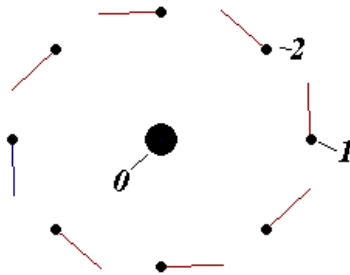


Рис. 1. Осесимметричное кулоновское взаимодействие 9 частиц с параметрами для атома кислорода: 0 – центральная частица; 1 – первая периферийная частица; 2 – вторая периферийная частица. Случай кругового движения.

Следует отметить, что параметр траектории α_i идентичен эксцентриситету e , и они связаны следующим выражением: $e = -(1 + \alpha_i) / \alpha_i$. В дифференциальных уравнениях электромагнитного взаимодействия [1] параметр α_i играет аналогичную роль параметра траекторий, к которым понятие “эксцентриситет” неприменимо. Поэтому предпочтительно использовать параметр α_i , а не эксцентриситет e .

В зависимости от параметра траектории периферийные частицы движутся по окружности ($\alpha_1 = -1$), по эллипсу ($-1 < \alpha_1 < -0.5$), по параболе ($\alpha_1 = -0.5$), по гиперболе ($-0.5 < \alpha_1 < 0$) и по прямой ($\alpha_1 = 0$).

Мы рассмотрели эту задачу при кулоновском взаимодействии: вокруг ядра с положительным зарядом $q_0 = N_1 e_e$ осесимметрично расположены на плоскости N_1 частиц с отрицательным зарядом $q_1 = -e_e$. В этом случае параметр взаимодействия μ_l имеет вид:

$$\mu_{1e} = -\frac{10^{-9} \cdot e_e^2 (N_1 - f_{n1})}{m_1 \cdot \varepsilon_d}, \quad (18)$$

а все остальные свойства решения этой задачи такие же, как и в случае гравитационного взаимодействия. В формуле (18) кулоновское отталкивание между периферийными частицами отличается от гравитационного притяжения (16) знаком перед коэффициентом вклада воздействия f_{n1} периферийных частиц.

На основании решений этой задачи можно задать координаты и скорости частиц в осесимметричной модели атома. Введем плоскую систему координат $x_o O y_o$, в центре O которой находится ядро, а на окружности радиусом R_p равномерно расположено N_1 электронов. При этом первый электрон находится на оси x_o . Тогда координаты и скорости электронов в координатах $x_o y_o$ запишутся [15]:

$$x_{oi1} = R_p \cdot \cos \varphi_{oi1}; \quad y_{oi1} = R_p \cdot \sin \varphi_{oi1}; \quad z_{oi1} = 0; \quad (19)$$

$$v_{xoi1} = -v_p \cdot \sin \varphi_{oi1}; \quad v_{yoi1} = v_p \cdot \cos \varphi_{oi1}; \quad v_{zoi1} = 0, \quad (20)$$

где

$$\varphi_{oi1} = (i_1 - 1) \cdot 2\pi / N_1; \quad (21)$$

$$v_p = \sqrt{\mu_1 / (\alpha_1 \cdot R_p)}. \quad (22)$$

Начальные условия (19) - (20) зависят от двух параметров: радиуса перицентра R_p и параметра орбиты α_1 . Радиус перицентра определяется через среднее расстояние r_m электрона от ядра и параметра α_1 так

$$R_p = r_m (2\alpha_1 + 1) / \alpha_1. \quad (23)$$

Поэтому параметром α_1 определяются начальные условия для электронов. Как уже отмечалось, для круговой орбиты $\alpha_1 = -1$. Для расположенного в начале координат O ядра координаты и скорости равны нулю.

Рассматриваемая осесимметричная задача является плоской. Из соображений общности результатов будем решать ее как пространственную в системе координат $x_n y_n z_n$. Пусть с ее осью x_n совпадает ось x_o орбитальной системы $x_o O y_o$. Вокруг оси x_n система $x_o O y_o$ повернута на угол ε_0 относительно системы $x_n y_n z_n$. Тогда в размерном виде

координаты частиц в системе координат $x_n y_n z_n$, начало которой O находится в ядре, запишутся так

$$x_{ni} = x_{oi}; \quad y_{ni} = y_{oi} \cdot \cos \varepsilon_o - z_{oi} \cdot \sin \varepsilon_o; \quad z_{ni} = y_{oi} \cdot \sin \varepsilon_o + z_{oi} \cdot \cos \varepsilon_o. \quad (24)$$

Компоненты скорости v_{xni} , v_{yni} и v_{zni} запишутся аналогично (24).

В программе Galactica предусмотрено более 10 способов контроля точности вычислений [16]. При превращении плоской задачи в пространственную добавляется еще один способ контроля точности, а именно, по изменению плоскости орбит рассматриваемых частиц.

Далее определяются координаты и скорости центра масс взаимодействующих частиц по известным формулам, которые для оси x имеют вид:

$$X_c = \sum_{i=1}^N m_i \cdot x_{ni} / M_{SS}; \quad V_{xc} = \sum_{i=1}^N m_i \cdot v_{ni} / M_{SS}, \quad (25)$$

где $N = N_I + 1$;

$$M_{SS} = \sum_{i=1}^N m_i. \quad (26)$$

Следует отметить, что в рассмотренной осесимметричной конфигурации атома координаты и скорости центра масс равняются нулю. Поэтому отличие их от нуля будет характеризовать точность вычислений. Формулы (25) позволяют записать координаты и скорости частиц в безразмерном виде относительно центра масс, т.е. в неускоренной системе координат:

$$x_i = (x_{ni} - X_c) / A m; \quad v_{xi} = (v_{xni} - V_{xc}) \cdot k_v. \quad (27)$$

Выражения для проекций на оси y и z запишутся аналогично (27). Этими выражениями определяются НУ для интегрирования уравнений кулоновского взаимодействия (5). В рассмотренных ниже примерах угол $\varepsilon_0 = 0.409$ радиана, что соответствует наклону экватора Земли к плоскости ее орбиты. Поэтому графики в плоскости xu в дальнейшем будем называть графиками в экваториальной плоскости.

Рассмотренный алгоритм расчета исходных данных и НУ был реализован в среде MathCad в виде программы InCnPrClb.mcd (см. Приложение). В результате работы программы создается файл исходных данных и начальных условий, например, с именем axsykc09.rpn, который после некоторых изменений переименуется в файл axsykc09.dat. Последний файл используется для интегрирования уравнений (5) программой Galactica.

В пунктах программы InCnPrClb.mcd указаны основные этапы алгоритма. Кроме того, детальное описание аналогичной программы InCnPrprg.mcd для создания файла НУ при гравитационном взаимодействии дано в «Описании системы Galactica» на сайте <http://www.ikz.ru/~smulski/GalactcW/>, а также в работе [3].

4. Осесимметричное взаимодействие 9-и частиц

В качестве примера выбран атом кислорода с атомным весом $A_Z = 16$, зарядом $Z = 8$, количеством протонов, равным количеству нейтронов, т.е. по Z частиц. Квантовые числа орбит электронов в формуле (13) заданы $n_n = 2$ и $l_n = 1$. Масса центральной частицы, т.е. ядра, будет $m_o = Z \cdot m_p + Z \cdot m_{nc}$. Общее число частиц в осесимметричной модели такого атома $N = 9$, а число периферийных частиц, т.е. электронов, $N_1 = 8$. По представленному формулами (12) - (27) алгоритму были рассчитаны НУ. Все числовые значения для этого случая даны в программе InCnPrClb.mcd, приведенной в Приложении. С подготовленным файлом НУ уравнения движения (5) были проинтегрированы с помощью программы Galactica.

Было рассмотрено две модели с эллиптическими орбитами электронов при эксцентриситете $e = 0.15$ и с круговыми орбитами ($e = 0$). Менялся также шаг интегрирования $\Delta T = 10^{-6}; 10^{-7}; 10^{-8}$. Задача решалась с двойной длиной числа (17 десятичных знаков) и с расширенной длиной (34 десятичных знака).

```

9.8841200100000000E-002  0.999727944522533      542.356248225928
1.0000000000000000E-007  7.311859451242242E-016  -8.326672684688674E-017
5.143455106271233E-016  8.023096076392733E-017  -5.371593013823076E-002
0.123928527828919      0.0000000000000000E+000  0.0000000000000000E+000
0.0000000000000000E+000  25.4372014794171      25.4372014794171
0.0000000000000000E+000  329471  1.0000000000000000E-007
1.634939957277649E-014

```

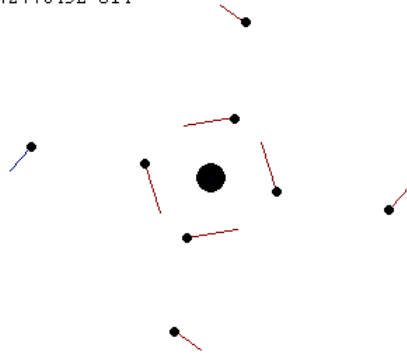


Рис. 2. Вид на экране монитора сразу после разрушения кольца электронов осесимметричной структуры из девяти частиц. В начальном состоянии она показана на рис. 1.

На рис. 1 показана несколько модифицированная выдача программы Galactica на экране монитора результатов этой задачи после первого шага счета с $\Delta T = 10^{-7}$. Модификация заключается в изменении цвета изображения и направления вращения. Линиями у периферийных частиц представлены их вектора скорости, а числами даны время $T = 1 \cdot 10^{-10}$; наибольшая масса $m_{max} = 0.99972\dots$; модуль наибольшей скорости $v_{max} = 307.702\dots$; исполненный шаг счета $\Delta T_p = 1 \cdot 10^{-10}$; проекции количества движения всей системы: P_x, P_y, P_z ; проекции момента количества движения: M_x, M_y, M_z . Более детальное описание этих и семи следующих параметров задачи имеется в [3]. Последними двумя

числами представлены величина следующего шага счета $\Delta T = 10^{-7}$ и относительное изменение z -составляющей суммарного момента количества движения $\delta M_z = 0$, где $\delta M_z = (M_z - M_{z1})/M_{z1}$; M_{z1} - момент количества движения системы на первом шаге счета.

Решение задачи можно наблюдать на экране монитора. После второго обращения периферийных частиц вокруг центральной частицы осесимметричная структура начинает изменяться и разрушается (см. рис. 2). На рис. 3 показаны проекции траекторий на плоскость xu центрального ядра (0), первого (1) и второго (2) электронов. Движение центрального ядра происходит за время $T = 9.884 \cdot 10^{-2}$ в области размеров порядка 10^{-9} , т.е. достаточно малой. Однако величина области непрерывно увеличивается. Траектории периферийных частиц 1 и 2 в течение 2-х обращений практически неизменны, а затем первая частица движется на периферию, а вторая – к центру.

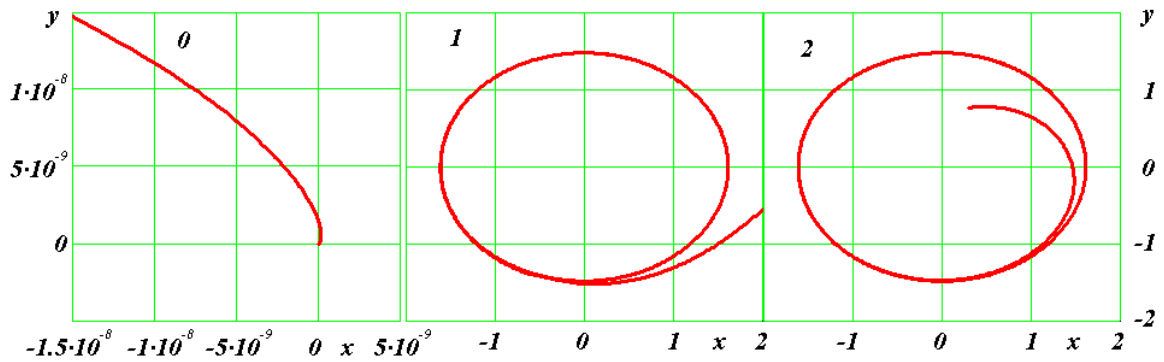


Рис. 3. Траектории в экваториальной плоскости до момента $T = 9.884 \cdot 10^{-2}$: 0 – центральная частица; 1 – первая периферийная частица; 2 – вторая периферийная частица. Случай кругового движения.

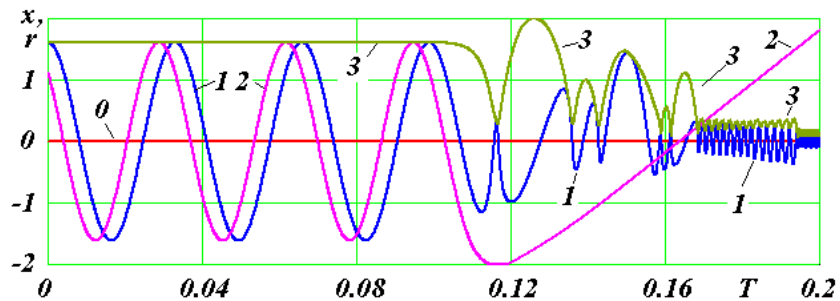


Рис. 4. Изменение координаты x во времени центральной частицы (0) и двух периферийных частиц (1, 2), а также радиуса r орбиты (3) первой частицы. Решение с расширенной длиной числа. Результаты до $T = 0.09$ совпадают с решением при двойной длине числа. Осесимметричное кулоновское взаимодействие 9-и частиц с периодом $\bar{P} = 0.0329$.

На рис. 4 эти движения показаны на законах движения $x(T)$ этих частиц за время $T = 0.2$. Здесь также линией 3 показано изменение расстояния r первой частицы от начала координат. Решения на рис. 4 получены с расширенной длиной числа. Точность интегрирования уравнений (5) определяется [16] изменением кинетического момента системы δM_z . Если в решениях с двойной длиной числа величина $\delta M_z = 1.64 \cdot 10^{-14}$, то с

расширенной длиной – $\delta M_z = 2.5 \cdot 10^{-25}$. То есть точность увеличилась на 11 порядков, а результаты до $T = 0.09$ совпадают с результатами при двойной длине числа. В дальнейшем появляются различия этих решений: при двойной длине числа структура разрушается к концу третьего оборота (см. рис. 3), а при расширенной длине – в начале четвертого (см. рис. 4).

Итак, осесимметричная структура с 8-ю периферийными частицами при кулоновском взаимодействии разрушается после второго-третьего оборота. Осесимметричные структуры при гравитационном взаимодействии рассматривались в качестве составных моделей Земли [17] и Солнца [18], а их эволюция изучалась на интервале до $T = 1100$. Эти структуры не разрушались даже при наличии внешних тел, воздействующих на них. Поэтому возникла необходимость исследования гравитационной задачи, аналогичной рассмотренной кулоновской задаче.

5. Аналогичная задача с гравитационным взаимодействием

Кулоновская задача (5) в безразмерных переменных (6) - (10) будет равнозначна гравитационной задаче (11), если в результате ее решения безразмерные параметры орбит будут одинаковы. В рассмотренной кулоновской задаче с параметрами для атома кислорода параметры орбиты в безразмерных единицах были следующие: полуось $\bar{a} = 1.613$, период $\bar{P} = 0.0329$ и скорость $\bar{v} = 307.702$. Здесь безразмерные параметры, с целью их отличия от размерных, отмечены чертой сверху. Так как период для круговой орбиты рассчитывается через ее радиус \bar{a} и скорость \bar{v} по формуле $\bar{P} = 2\pi\bar{a}/\bar{v}$, то по существу орбиту определяют два параметра \bar{a} и \bar{v} или \bar{a} и \bar{P} .

Зададимся целью создать задачу осесимметричного гравитационного взаимодействия с такими же параметрами \bar{a} , \bar{P} , \bar{v} как и для кулоновского взаимодействия. Пусть суммарная масса взаимодействующих тел M_{SS} будет задана. Из условия равенства рассмотренных параметров найдем массу m_1 периферийного тела. Так как для круговой орбиты параметр траектории $\alpha_1 = -1$, то согласно (16) можно записать

$$\alpha_1 = \frac{\mu_{1g}}{av^2} = \frac{-G(m_0 + m_1 \cdot f_{n1})}{av^2} = -1, \quad (28)$$

откуда получаем выражение

$$av^2 = G(m_0 + m_1 \cdot f_{n1}). \quad (29)$$

Масштабный коэффициент скорости k_v можно выразить [3] через масштаб расстояния A_m :

$$k_v = \sqrt{\frac{A_m}{G \cdot M_{SS}}}, \quad (30)$$

где масса всей системы

$$M_{SS} = m_0 + m_1 \cdot N_1. \quad (31)$$

Выразим a и v через относительные величины: $a = \bar{a} \cdot A_m$; $v = \frac{\bar{v}}{k_v}$.

После подстановки их в (29) имеем

$$\bar{a} \cdot A_m \cdot \frac{\bar{v}^2}{k_v^2} = G(m_0 + m_1 \cdot f_{n1}),$$

или

$$m_0 + m_1 \cdot f_{n1} = M_{SS} \cdot \bar{a} \cdot \bar{v}^2. \quad (32)$$

После подстановки m_0 из (31) в (32) получаем массу m_1 периферийного тела:

$$m_1 = \frac{M_{SS}(1 - \bar{a} \cdot \bar{v}^2)}{N_1 - f_{n1}}. \quad (33)$$

Так как в кулоновской задаче $\bar{a} \cdot \bar{v}^2 = 1.528 \cdot 10^5$, т.е. $\bar{a} \cdot \bar{v}^2 > 1$, а $f_{n1} < N_1$, то получаем $m_1 < 0$, т.е. масса периферийных тел должна быть отрицательной. Таким образом, невозможно создать задачу осесимметричного гравитационного взаимодействия с такими же параметрами \bar{a} , \bar{P} , \bar{v} как и для кулоновского взаимодействия.

Итак, получить с помощью гравитационного взаимодействия такое же относительное движение, как и при кулоновском, невозможно. При одинаковых полуосях орбит \bar{a} , скорость движения \bar{v} по орбите при гравитационном взаимодействии должна быть значительно ниже. Поэтому было рассмотрено две гравитационных задачи. В первой были близкие по величине полуоси \bar{a} , а во второй – одинаковые периоды \bar{P} . В этих двух задачах масса центрального тела m_0 и масса 8 периферийных тел равнялись массе Солнца $M_S = 1.9891 \cdot 10^{30}$ кг. Таким образом: $M_{SS} = 2M_S = 3.9782 \cdot 10^{30}$ кг, $m_1 = M_S/N_1$.

В первой задаче была задана безразмерная полуось орбиты $\bar{a}_1 = 1.371$. По ней определяется размерный радиус орбиты R_p , по формуле (22) – скорость в перигелии v_p и по формулам (19) - (20) рассчитаны начальные условия осесимметричной структуры. При этом относительные параметры получены следующие: $\bar{a}_1 = 1.371$, $\bar{v}_1 = 0.701$, $\bar{a}_1 \cdot \bar{v}_1^2 = 0.675$ и период $\bar{P}_1 = 12.28$.

В этой гравитационной задаче, как и в кулоновской, структура является неустойчивой, и после 5 обращений (см. рис. 5) она разрушается. По сравнению с кулоновской задачей (см. рис. 4) тела до разрушения структуры совершают на два обращения больше. Кроме того, длительность ее существования по относительному времени T почти в 500 раз больше, чем кулоновской структуры.

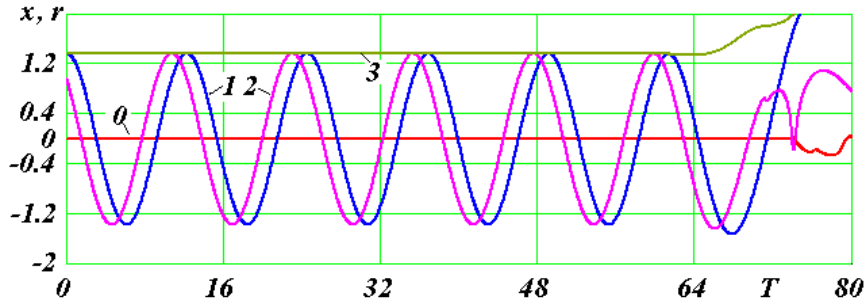


Рис. 5. Осесимметричное гравитационное взаимодействие 9-и тел с периодом $\bar{P} = 12.28$. Изменение во времени координаты x центрального тела (0) и двух периферийных тел (1, 2), а также радиуса r орбиты (3) первого тела.

Во второй задаче была рассчитана величина полуоси \bar{a}_2 , так чтобы период \bar{P}_2 совпал с периодом кулоновской задачи $\bar{P} = 0.0329$. Для этого использовался третий закон Кеплера в следующей форме [1]:

$$\frac{\bar{P}^2}{\bar{a}^3} = -\frac{4\pi^2}{\alpha_1}. \quad (34)$$

Из выражения (34) при одинаковом параметре траекторий α_1 получаем величину полуоси \bar{a}_2 с таким же периодом \bar{P} как и в кулоновской задаче

$$\bar{a}_2 = \left(\frac{\bar{P}^2 \cdot \bar{a}_1^3}{\bar{P}_1^2} \right)^{1/3}. \quad (35)$$

В этой задаче относительные параметры были $\bar{a}_2 = 0.02648$; $\bar{P}_2 = 0.0329$, $\bar{v}_2 = 5.05$ и $\bar{a}_2 \cdot \bar{v}_2^2 = 0.675$. Если в первой задаче в абсолютных единицах радиус орбиты периферийных тел $a_1 = 126.7$ а.е. (астрономических единиц) и период обращения был равен $P_1 = 1228$ лет, то во второй задаче $a_2 = 2.448$ а.е. и $P_2 = 3.29$ года. Порядок скоростей движения в этих задачах такой же, как и в Солнечной системе, несмотря на то, что массы периферийных тел намного больше масс планет. А по сравнению с кулоновской задачей скорости значительно ниже.

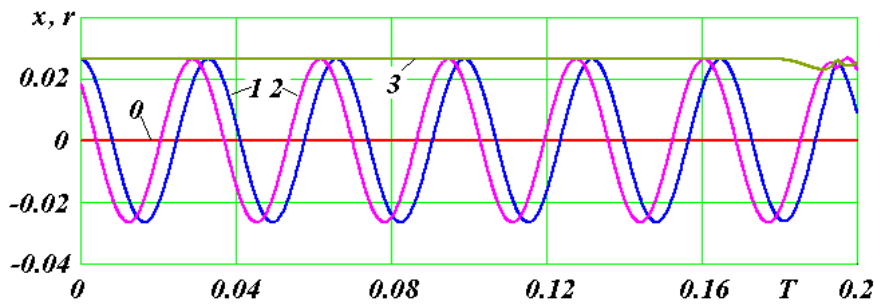


Рис. 6. Осесимметричное гравитационное взаимодействие 9-и тел с периодом $\bar{P} = 0.0329$. Изменение во времени координаты x центрального тела (0) и двух периферийных тел (1, 2), а также радиуса орбиты (3) первого тела.

Во второй гравитационной задаче 9-и тел (см. рис. 6) структура также неустойчива и разрушается к концу шестого обращения. По сравнению с кулоновской структурой она имеет в 50 раз меньшие относительные размеры. Длительность ее существования по относительному времени T имеет такой же порядок, как и в кулоновской структуре.

6. Проблема устойчивости осесимметричных структур

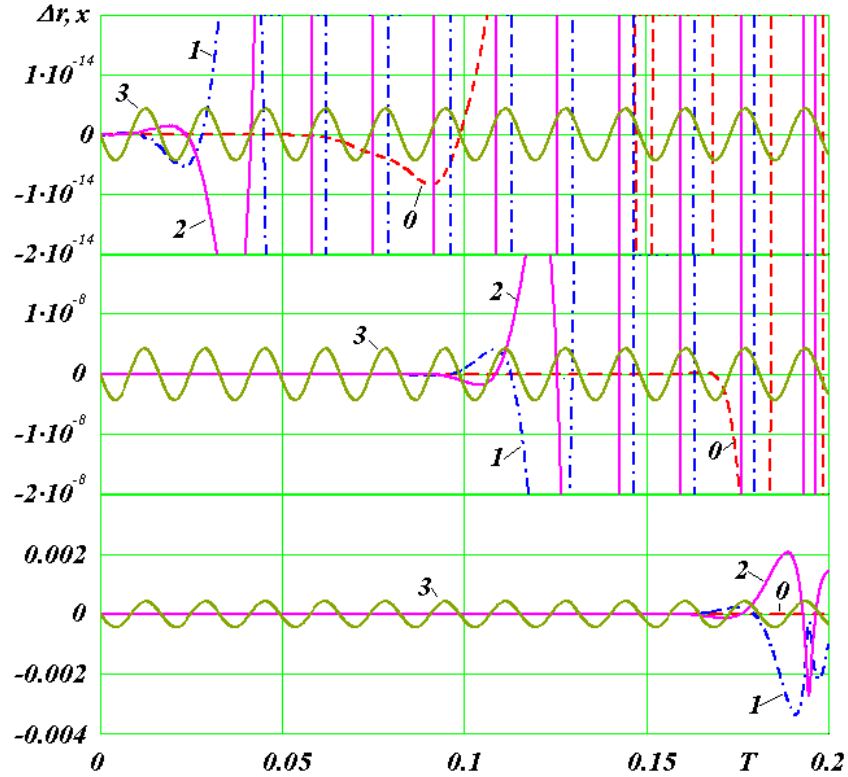


Рис. 7. Осесимметричное гравитационное взаимодействие 9-и тел с периодом $\bar{P} = 0.0329$. Изменение отклонения радиусов Δr первого (1) и второго (2) тел, а также координаты x центрального тела (0) при разных масштабах ординаты: 3 – синусоида с периодом $0.5 \cdot \bar{P}$.

Во всех этих задачах было исследовано изменение Δr радиуса орбит первого и вторых тел. Это изменение происходит одинаково. На рис. 7 оно показано на примере второй гравитационной задачи на трех разных пределах ординаты Δr от $2 \cdot 10^{-14}$ до $4 \cdot 10^{-3}$. Здесь $\Delta r = r - r(0)$, где $r(0)$ – радиус орбиты в начальный момент времени. По синусоиде 3, период которой равен половине периода \bar{P} обращения периферийных тел вокруг центрального тела, можно определять фазы отклонений тел 1 и 2. Уже на первом обороте, как видно из графиков в пределах второго периода синусоиды 3, первое тело отклоняется к центру ($\Delta r < 0$), а соседнее тело 2 отклоняется от центра ($\Delta r > 0$). На втором обороте (в начале третьего периода синусоиды 3) тело 1 отклоняется от центра, а тело 2 – к центру. При этом амплитуды отклонений возрастают. На первом полуобороте они были $\Delta r_1 = -5 \cdot 10^{-15}$ и $\Delta r_2 = 1.7 \cdot 10^{-15}$, а на втором - $\Delta r_1 = 6 \cdot 10^{-14}$ и $\Delta r_2 = -3.2 \cdot 10^{-14}$, т.е. возросли более чем на порядок. Такие колебания радиусов орбит соседних тел происходят с периодом,

близким периоду обращения. По пересечениям линией 1 синусоиды 3 видно, что период этих отклонений постепенно увеличивается. Амплитуда колебаний с каждым обращением растет. На втором обороте они равны $\Delta r_1 = 1.7 \cdot 10^{-11}$ и $\Delta r_2 = -7 \cdot 10^{-12}$, т.е. увеличились по сравнению с первым оборотом больше чем в 200 раз. В таблице 1 приведены все последовательные отклонения радиусов орбит этих тел.

Таблица 1. Последовательные отклонения радиусов орбит первого (Δr_1) и второго (Δr_2) периферийных тел в осесимметричном гравитационном взаимодействии 9-и тел с периодом $\bar{P} = 0.0329$.

№ п/п	1	2	3	4	5
Δr_1	$-5 \cdot 10^{-15}$	$6 \cdot 10^{-14}$	$-1 \cdot 10^{-12}$	$1.7 \cdot 10^{-11}$	$-2.5 \cdot 10^{-10}$
Δr_2	$1.7 \cdot 10^{-15}$	$-3.2 \cdot 10^{-14}$	$4.5 \cdot 10^{-13}$	$-7 \cdot 10^{-12}$	$1 \cdot 10^{-10}$

№ п/п	6	7	8	9	10	11
Δr_1	$4 \cdot 10^{-9}$	$-7 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-6}$	$-1.5 \cdot 10^{-5}$	$2.4 \cdot 10^{-4}$	$-3.5 \cdot 10^{-3}$
Δr_2	$-1.6 \cdot 10^{-9}$	$3 \cdot 10^{-8}$	$-5 \cdot 10^{-7}$	$8 \cdot 10^{-6}$	$-1.2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-3}$

Как видно из таблицы 1 на последнем 11-ом полуобороте отклонение первого тела достигает величины $\Delta r_1 = -3.5 \cdot 10^{-3}$ и осесимметричная структура распадается. По сравнению с радиусом орбиты $r = 2.648 \cdot 10^{-2}$ отклонение тела в этом случае достигает величины $\delta r_1 = \Delta r_1 / r = -0.132$. Поэтому величину отклонения радиуса орбиты периферийного тела порядка $\delta r = 0.1$ можно считать пороговой для устойчивости этой осесимметричной структуры.

По изменению координаты x центрального тела на рис. 7 видно, что оно также испытывает колебания. Первое отклонение его от центра наблюдается после второго обращения. Далее периоды отклонений уменьшаются. В конце рассмотренного интервала периоды отклонения центрального тела совпадают с периодами отклонения периферийных тел. При этом амплитуда колебаний центрального тела на четыре порядка меньше амплитуды колебания периферийных тел.

Такие же исследования изменений Δr радиуса орбит первой и второй частиц были выполнены для кулоновского взаимодействия, рассмотренного на рис. 1 – рис. 4. При гравитационном взаимодействии периферийные тела притягиваются, а при кулоновском взаимодействии периферийные частицы отталкиваются. Кроме того, кулоновское взаимодействие значительно сильнее гравитационного, и при нем орбитальная скорость на два порядка выше. На рис. 8 изменения Δr радиуса орбит первой и второй частиц показано при одном пределе ординаты Δr , равном $4 \cdot 10^{-14}$. Линии отклонения радиусов первой (Δr_1) и второй (Δr_2) частиц имеются только в начале, т.е. радиусы орбит изменяются монотонно без колебаний. К моменту $T = 0.1$, когда осесимметричная структура распадается, отклонения $\Delta r_1 = \Delta r_2 = 0.0048$. При радиусе орбиты $r = 1.613$

относительное отклонение $\delta r = 3 \cdot 10^{-2}$. Поэтому величину $\delta r \sim 0.01$ можно считать пороговой для устойчивости осесимметричной структуры. Она на порядок меньше по сравнению с δr при гравитационном взаимодействии.

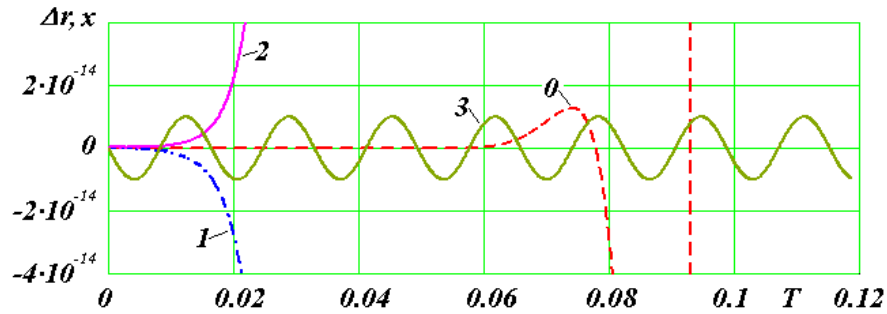


Рис. 8. Осесимметричное кулоновское взаимодействие 9-и частиц с периодом $\bar{P} = 0.0329$. Изменение отклонение радиусов Δr первой (1) и второй (2) частиц, а также координаты x центральной частицы (0): 3 – синусоида с периодом $0.5 \cdot \bar{P}$.

Из рис. 8 видно, что и центральная частица (0) при кулоновском взаимодействии совершает только одно колебание. Оно происходит после второго обращения, т.е. в момент разрушения структуры. При гравитационном взаимодействии, как видно из рис. 7, центральное тело колеблется также, как и периферийные тела.

7. Устойчивая осесимметричная структура

Как отмечалось ранее, осесимметричные структуры использовались для исследования эволюции составных моделей Земли [17] и Солнца [18]. Время их существования было неограниченным. Рассмотрим аналогичную структуру из 9-и тел, в которой масса центрального тела равняется массе Солнца $m_0 = M_s$, а масса периферийных тел – массе всех планет, что составляет $1.342 \cdot 10^{-3} \cdot m_0$. В этой структуре относительные параметры были $\bar{a} = 1.3625 \cdot 10^{-3}$, $\bar{v} = 8.563$, $\bar{P} = 9.997 \cdot 10^{-3}$ и $\bar{a}_2 \cdot \bar{v}_2^2 = 0.1$.

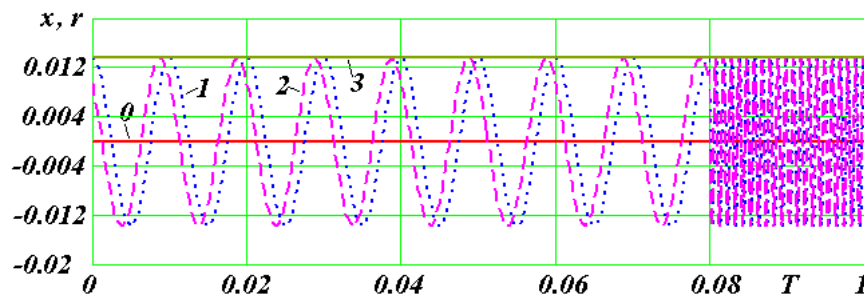


Рис. 9. Устойчивое осесимметричное гравитационное взаимодействие 9-и тел с периодом $\bar{P} = 9.997 \cdot 10^{-3}$. Изменение во времени координаты x центрального тела (0) и двух периферийных тел (1, 2), а также радиуса r орбиты (3) первого тела. После $T = 0.08$ масштаб времени изменен.

Структура с приведенными параметрами была устойчивой, поэтому уравнения движения (5) интегрировались с шагом $dT = 10^{-6}$, т.е. меньшим по сравнению с предыдущими решениями. Как видно из рис. 9, в течение 100 обращений координата x

первого и второго тела совершает гармонические колебания с периодом \bar{P} , а координата x центрального тела и радиус орбиты r остаются неизменными.

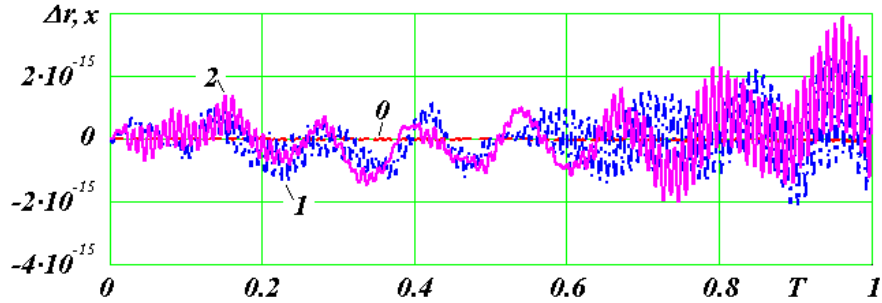


Рис. 10. Изменение отклонение радиусов Δr первого (1) и второго (2) тел, а также координаты x центрального тела (0). Устойчивое осесимметричное гравитационное взаимодействие 9-и тел с периодом $\bar{P} = 9.997 \cdot 10^{-3}$.

На рис. 10 в увеличенном масштабе ординаты показана динамика изменения радиусов Δr орбит первого (1) и второго (2) тел, а также координаты x центрального тела. В таком масштабе видны колебательные изменения радиусов орбит, которые имеют тенденцию к увеличению со временем. Амплитуда этих колебаний имеет порядок $1 \cdot 10^{-15}$. Точность вычислений определяется величиной изменения кинетического момента, которая в этом случае имеет величину $\delta M_z = 1.10^{-14}$. Поэтому колебания Δr радиусов орбит периферийных тел обусловлены точностью вычислений и рассмотренная структура является устойчивой.

В формуле (33) масса m_1 периферийного тела при гравитационном взаимодействии определяется величиной $\bar{a} \cdot \bar{v}^2$. Покажем, что от нее зависит время существования осесимметричной структуры. В безразмерном виде это время будем определять в количестве оборотов структуры до ее распада. При $\bar{a} \cdot \bar{v}^2 = 1$ структуру невозможно создать, поэтому можно принять, что до распада она совершает 0 оборотов. В последнем случае устойчивой структуры условно примем число оборотов до распада равным одному миллиону. Тогда в четырех рассмотренных примерах величина $\bar{a} \cdot \bar{v}^2$ принимала значения: 1; 0.675; 0.675; 0.1, а количество оборотов структур до распада были 0; 5; 5; 10^6 , т.е. с уменьшением величины $\bar{a} \cdot \bar{v}^2$ устойчивость структуры возрастает. В таком приближении можно считать, что осесимметричная структура будет устойчивой, если величина $\bar{a} \cdot \bar{v}^2 < 0.1$.

8. Осесимметричное кулоновское взаимодействие 3-х частиц

Ввиду неустойчивости кулоновского осесимметричного взаимодействия 9-и частиц была рассмотрена структура из трех частиц (см. рис. 11) на примере атома гелия с зарядом $Z = 2$, атомным весом $A_2 = 4$ и квантовыми числами в формуле (13) $n_n = 1$, $l_n = 0$. При этих

параметрах радиус ядра атома, согласно (12), $R_n = 2.38 \cdot 10^{-15}$ м, а радиус орбиты осесимметрично расположенных двух электронов согласно (13) будет $r_m = 3.969 \cdot 10^{-11}$ м. По этим данным файл НУ был подготовлен программой InCnPrClb.mcd, приведенной в Приложении. Относительные параметры орбиты в этом случае равны: $\bar{a} = 1.2197$; $\bar{v} = 102.7$ и $\bar{P} = 7.462 \cdot 10^{-2}$.

При интегрировании уравнений (5) программой Galactica выяснилось, что структура разрушается после 8-ого оборота. На рис. 12 представлены траектории трех частиц. Центральная частица (0) с самого начала начинает движение по спирали с увеличивающимся радиусом. Первая частица после 8-ого обращения движется от центра, а вторая – к центру.

```

1.6001000000000000E-006 0.999727944522533 102.700810533707
1.0000000000000000E-007 0.0000000000000000E+000 0.0000000000000000E+000
0.0000000000000000E+000 -8.470329472543003E-022 -1.355317471012072E-002
3.126865689398087E-002 0.0000000000000000E+000 0.0000000000000000E+000
0.0000000000000000E+000 1.43474665494766 1.43474665494766
0.0000000000000000E+000 17 1.0000000000000000E-007
4.438242376341370E-016

```



Рис. 11. Осесимметричное кулоновское взаимодействие 3-х частиц с параметрами для атома гелия.

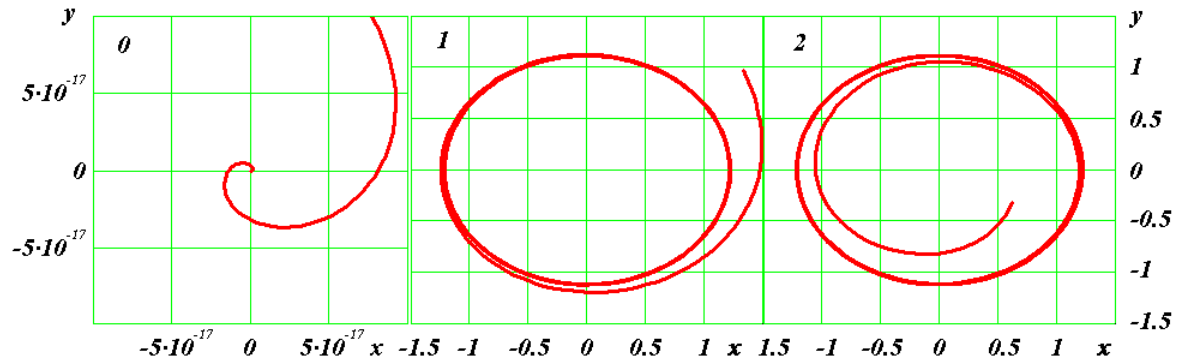


Рис. 12. Осесимметричное кулоновское взаимодействие 3-х частиц. Траектории в экваториальной плоскости до момента $T = 0.688$: 0 – центральная частица; периферийные частицы: 1 – первая и 2 – вторая.

На рис. 13 эти движения продемонстрированы на законах изменения во времени координаты x и радиуса r орбиты первой частицы. На девятом обращении координата x первой частицы становится больше полуоси орбиты \bar{a} , а второй частицы – не достигает \bar{a} . Как и в кулоновской структуре 9 частиц, в структуре с тремя частицами (см. рис. 14) отклонение радиусов первой (Δr_1) и второй (Δr_2) частиц увеличивается непрерывно без колебаний. К началу разрушения структуры $T = 0.6$, отклонение радиусов орбит

достигают значений $\Delta r_1 = -\Delta r_2 = 0.0044$, что при радиусе орбиты $r = 1.2197$ составляет относительную величину $\delta r = 3.6 \cdot 10^{-3}$. Это значение на порядок меньше величины δr в осесимметричной кулоновской задаче 9-и частиц.

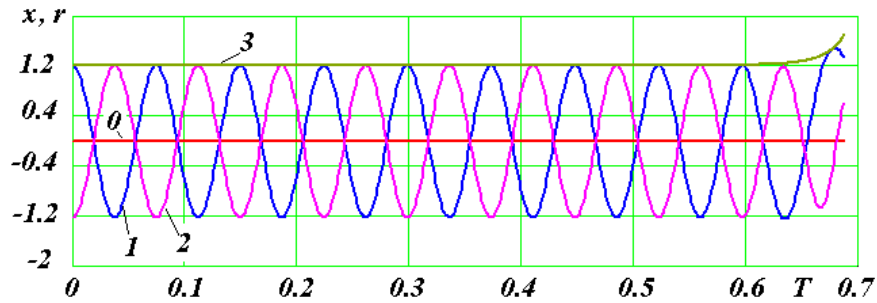


Рис. 13. Изменение во времени координаты x центральной частицы (0) и двух периферийных частиц (1, 2), а также радиуса орбиты (3) первой частицы. Осесимметричное кулоновское взаимодействие 3-х частиц.

В кулоновской структуре из трех частиц центральная частица (0) на рис. 14 совершает колебания с увеличивающейся амплитудой. Период их равен периоду обращения. Эти колебания подобны колебаниям центрального тела в гравитационной задаче 9-и тел (см. рис. 7).

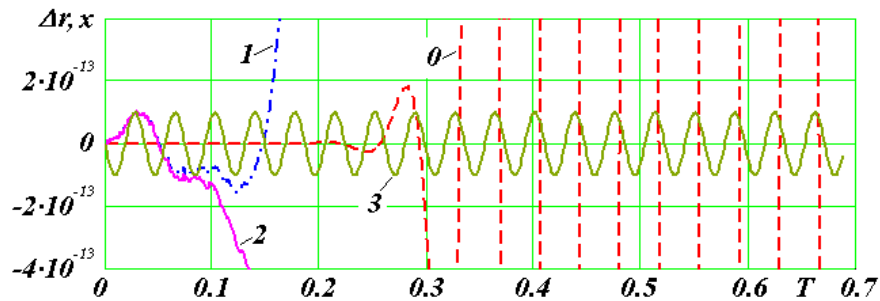


Рис. 14. Изменение отклонения радиусов Δr первой (1) и второй (2) частиц, а также координаты x центральной частицы (0): 3 – синусоида с периодом $0.5 \cdot \bar{P}$. Осесимметричное кулоновское взаимодействие 3-х частиц с периодом $\bar{P} = 7.462 \cdot 10^{-2}$.

9. Кулоновское взаимодействие 2-х частиц

Динамика осесимметричных кулоновских структур была исследована с помощью программы Galactica. Они оказались неустойчивыми. Поэтому представляет интерес решение этой программой задачи кулоновского взаимодействия двух частиц, которая также имеет точное аналитическое решение. Однако в этой задаче отсутствуют причины для изменения орбиты. Задача 2-х частиц (см. рис. 15) рассматривалась на примере атома водорода с зарядом $Z = 1$, атомным весом $A_2 = 1$ и квантовыми числами в формуле (13) $n_n = 1$, $l_n = 0$. При этих параметрах радиус ядра атома согласно (12) $R_n = 1.5 \cdot 10^{-15}$ м, а радиус орбиты электрона согласно (13) будет $r_m = 7.938 \cdot 10^{-11}$ м. По этим данным файл НУ также подготовлен программой InCnPrClb.mcd, приведенной в Приложении. Однако, т.к. задача

двух частиц не является осесимметричной, то параметр взаимодействия μ_1 в пункте 14.5 рассчитывается в соответствии с пунктом 14.14.

```

279.211199900100      0.999455663215878      34.5615092504292
1.000000000000000E-007  3.856290287096442E-015  -8.491471414906471E-014
9.123778121900017E-015  -6.542509589646528E-015  -1.149521987343144E-002
2.652072992716369E-002  0.000000000000000E+000  0.000000000000000E+000
0.000000000000000E+000  0.325281641423166      0.325936545929804
0.000000000000000E+000  279211200      1.000000000000000E-007
-8.927169827200284E-013

```



Рис. 15. Кулоновское взаимодействие 2-х частиц с параметрами для атома водорода после 1000 обращений. Период обращения $\bar{P} = 0.2791$.

Относительные параметры орбиты в этом случае равны: $\bar{a} = 1.5365$; $\bar{v} = 34.56$ и $\bar{P} = 0.2791$. Динамика этой структуры является устойчивой. Это видно по графической выдаче программы Galactica (см. рис. 15) после 1000 обращений. Траектории частиц за 100 обращений показаны на рис. 16 десятью точками на одно обращение. Эти точки, сливаясь за 100 обращений, образуют отрезки линий. Радиус орбиты ядра (0) примерно в 2000 раз меньше радиуса орбиты электрона.

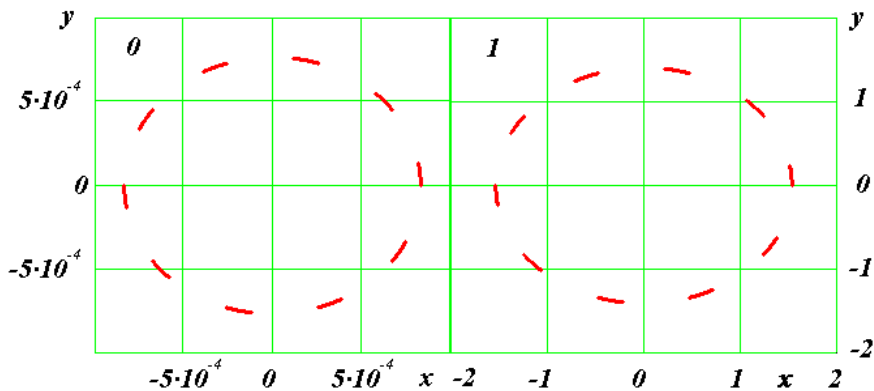


Рис. 16. Траектории в экваториальной плоскости за 100 обращений до момента $T = 27.92$: 0 – центральная частица; 1 – периферийная частица. Траектории показаны 10 точками на одно обращение.

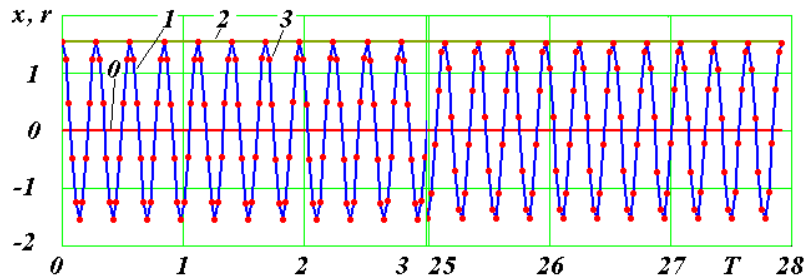


Рис. 17. Изменение во времени координаты x центральной частицы (0) и периферийной частицы (1), а также радиуса орбиты (2) периферийной частицы на двух интервалах времени T : 0 - 3 и 25 - 28. 3 – точное аналитическое решение.

На рис. 17 представлены законы изменения координаты $x(T)$ центральной (0) и периферийной (1) частиц на десяти начальных и десяти конечных обращениях частицы. Точками 3 показано точное аналитическое решение задачи. Как видно из графиков, численные решения не отличаются от него.

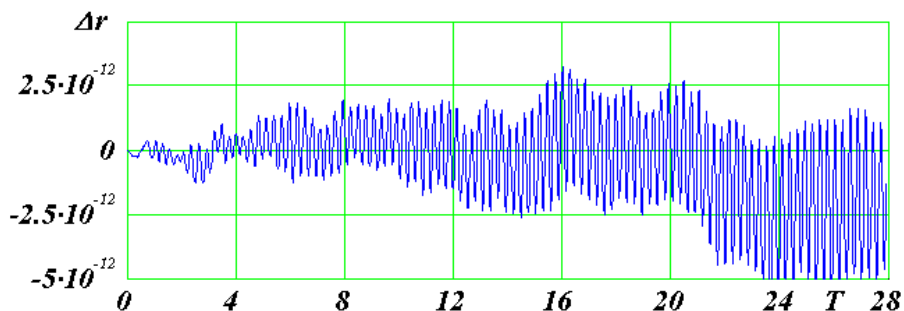


Рис. 18. Изменение отклонение радиуса Δr периферийной частицы за 100 обращений в задаче двух частиц при шаге счета $dT = 1 \cdot 10^{-7}$.

На рис. 18 показана динамика отклонения радиуса Δr орбиты периферийной частицы. Величина Δr изменяется колебательно и за 100 обращений амплитуда достигает значения $\Delta r = 5 \cdot 10^{-12}$, что составляет относительное изменение $\delta r = 3 \cdot 10^{-12}$. В этом случае величина погрешности $\delta M_z = 4.8 \cdot 10^{-13}$. Эта задача была проинтегрирована с расширенной длиной числа с шагами $dT = 10^{-7}$ и 10^{-8} , при которых относительные изменения кинетического момента были соответственно $\delta M_z = 2.03 \cdot 10^{-28}$ и $2.87 \cdot 10^{-30}$. В такой же пропорции уменьшается величина отклонения радиуса орбиты δr . Таким образом, увеличение отклонения радиуса Δr на рис. 18 обусловлено погрешностью решения задачи.

Итак, численное решение программой Galactica кулоновского взаимодействия 2-х частиц является устойчивым, а его результаты совпадают с точными аналитическими решениями.

Заключение

Выполненные исследования показали, что система Galactica может использоваться для исследования кулоновских взаимодействий. Рассмотренная осесимметричная геометрия атома оказалась неустойчивой. Поэтому необходимо искать другие его конфигурации. Их можно получить из осесимметричной структуры поворотом орбит периферийных частиц так, чтобы они равномерно заполнили пространство. В так образованном атоме эксцентриситеты орбит немного изменяются. Однако их затем можно будет привести к необходимому значению.

Создание орбитальной модели атома потребует переосмысления многих электродинамических явлений и понятий. В первую очередь их необходимо перевести в понятия механики. В механике рассматривается воздействие одного тела на другое.

Механическое воздействие на тело выражается в его ускорении. В механике это воздействие описывается силой. Часто употребляемый сленг “на тело действует сила” следует понимать: на тело действует другое тело. А сила – это наш способ описывать воздействие, которое заключается в том, как уже упоминалось, что тело приобретает ускорение.

В связи с этим электродинамическое явление, которое называют излучением, необходимо интерпретировать в механических понятиях. С позиций механики излучение не является телом, поэтому не может оказывать воздействие на другое тело. Если какое-то тело является источником излучения, то необходимо определить другое тело как приемник излучения. Только тогда можно рассматривать механическое взаимодействие источника и приемника, исключив из рассмотрения излучение. Если это не сделать, то такие взаимодействия нельзя рассматривать в рамках механики, т.к. они противоречат ее основам.

Полностью электромагнитное взаимодействие не описывается законом Кулона, т.к. оно зависит не только от расстояния между взаимодействующими частицами, но и от их относительной скорости [1]. В 20-м веке приближенное описание зависимости электромагнитного воздействия от скорости было выполнено на основе теории относительности. В ее рамках вводилась зависимость массы от скорости. Однако такая интерпретация привела к нарушению оснований механики. Поэтому появились множественные противоречия, для устранения которых вводились объекты, которые не существуют в природе. Одним из них является нейтрино [19].

Как показано в работах [20] - [22], существенное изменение траекторий частиц происходит при скоростях движения $v > 0.1c$, где c – скорость света. Поэтому системой Galactica с кулоновским взаимодействием можно исследовать явления до скоростей указанного порядка. Для более высоких скоростей необходимо использовать точное выражение для силы [1] электромагнитного взаимодействия двух частиц. В дальнейшем мы надеемся дополнить систему Galactica модулем для расчета электромагнитных взаимодействий при высоких скоростях, которые в настоящее время называются релятивистскими.

Литература

1. *Смульский И.И.* Теория взаимодействия. – Новосибирск: Из-во Новосиб. ун-та, НИЦ ОИГГМ СО РАН, 1999 г. - 294 с. http://www.ikz.ru/~smulski/TVfulA5_2.pdf.
2. *Smulsky J.J.* Galactica Software for Solving Gravitational Interaction Problems // Applied Physics Research, 2012, Vol. 4, No. 2, pp. 110-123. <http://dx.doi.org/10.5539/apr.v4n2p110>.
<http://www.ccsenet.org/journal/index.php/apr/article/view/16773> .

3. *Smulsky J.J.* The System of Free Access Galactica to Compute Interactions of N-Bodies // I.J. Modern Education and Computer Science, 2012, 11, 1-20. Published Online December 2012 in MECS (<http://www.mecspress.org/>) DOI: 10.5815/ijmecs.2012.11.01.
4. Google: Картинки по запросу: planetary model of the atom.
5. *Власов А.Д.* Классическое направление в квантовой механике. – М.: Московский радиотехнический институт РАН, 1993. -229 с.
6. *Kanarev Ph.M.* The Spectrum of the Universe // Galilean Electrodynamics, 2009, Vol. 20, Special Issues 1, pp. 13-17.
7. Канарёв Ф.М. Закон формирования спектров атомов и ионов. <http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/12586.html>; <http://www.micro-world.su/index.php/2010-12-22-11-46-00/784-2013-01-16-02-03-51>.
8. *Gryziński M.* Spin-Dynamical Theory of the Wave-Corpuscular Duality // International Journal of Theoretical Physics, 1987, Vol. 26, No. 10, pp. 967-980.
9. *Gryziński M.* Classical Theory of Atomic Collisions. I. Theory of Inelastic Collisions // Physical Review A, 1965, Vol. 138, No. 2A, pp. 336-358.
10. *Gryziński M.* Ramsauer Effect as a Result of the Dynamic Structure of the Atomic Shell // Physical Review Letters, 1970, Vol. 24, No. 2, pp. 45-47.
11. *Gryziński M.* Classical Theory of Electronic and Ionic Inelastic Collisions // Physical Review, 1959, Vol. 115, No. 2, pp. 374-383.
12. *Gryziński M.* Stopping Power of a Medium for Heavy, Charged Particles // Physical Review A, 1957, Vol. 107, No. 6, pp. 1471-1475
13. *Яворский Б.М., Детлаф А.А.* Справочник по физике. Для инженеров и студентов вузов. Издание четвертое, переработанное. Москва: Издательство «Наука». Главная редакция физико-математической литературы, 1968 г. - 940 с.
14. *Смольский И.И.* Осесимметричная задача гравитационного взаимодействия N-тел// Математическое моделирование, 2003, т. 15, № 5, с. 27-36. <http://www.smull.newmail.ru/Russian1/IntSunSyst/Osvnb4.doc>.
15. *Смольский И.И.* Численное моделирование эволюции спутника вращающегося тела / В сб. Теоретические и прикладные задачи нелинейного анализа. Российская Академия Наук: ВЦ им. А.А. Дородницына. М.: ВЦ РАН А.А. Дородницына. – 2008. С. 100-118. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/ModSun07c.pdf>.
16. *Мельников В.П., Смольский И.И.* Астрономическая теория ледниковых периодов: Новые приближения. Решенные и нерешенные проблемы. – Новосибирск: Академическое изд-во «Гео», 2009. – 98 с. Книга на двух языках. С обратной стороны: Melnikov V.P., Smulsky J.J. Astronomical theory of ice ages: New approximations. Solutions

and challenges. – Novosibirsk: Academic Publishing House “GEO”, 2009. – 84 p.
<http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/AsThAnR.pdf>.

17. *Мельников В. П., Смутьский И.И., Смутьский Я.И.* Составная модель вращения Земли и возможный механизм взаимодействия континентов // Геология и Геофизика, 2008, №11, с. 1129-1138. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/RGGRu190.pdf>.

18. *Smulsky J.J.* Gravitation, Field and Rotation of Mercury Perihelion// Proceedings of the Natural Philosophy Alliance. 15th Annual Conference 7-11 April 2008 at the University of New Mexiko, Albuquerque, USA. Vol. 5, No. 2. Published by Space Time Analyses, Ltd. Arlington, MA, USA.– 2009. – Pp. 254-260. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/08Smulsky2c.pdf> (На русском языке <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/ModSun04.pdf>).

19. *Smulsky J.J.* Letter to the Antirelativists // Proceedings of the Natural Philosophy Alliance. Vol. 9. 19th Annual Conference 25-28 July 2012 at the Marriott Pyramid North, Albuquerque, NM, USA. - 2012. - Pp. 567-568. http://www.worldsci.org/pdf/abstracts/abstracts_6667.pdf. (На русском языке <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/LettAntrIR.pdf>).

20. Смутьский И.И. Траектории при взаимодействии двух тел, зависящем от относительного расстояния и скорости // Математическое моделирование, 1995, т.7, №7, с. 117-126. <http://www.smul1.newmail.ru/Russian1/FounPhisics/TrV2tl.pdf>.

21. Smulsky J.J. The new Fundamental Trajectories: part 1 - Hyperbolic/ Elliptic trajectories// Galilcan Electrodynamics, Vol. 13, № 2, 2002, pp. 23-28. <http://www.smul1.newmail.ru/English1/FounPhisics/NFT.pdf>.

22. Smulsky J.J. The new Fundamental Trajectories: part 2 - Parabolic/ Elliptic trajectories// Galilcan Electrodynamics, Vol. 13, № 3, 2002, pp. 47-51. <http://www.smul1.newmail.ru/English1/FounPhisics/NFT.pdf>.

Приложение. Образец программы в среде MathCad для создания файла начальных условий

**InCnPrClb.mcd . Example of calculation of the initial conditions for the program Galactica at Coulomb's interactions.
Completed 03.09.2012, modified 16.07.2013**

14.1. Number of bodies

$$Nb := 9 \quad N := Nb - 1 \quad i := 0..N \quad i1 := 1..N \quad N = 8$$

14.2. Constants

From Handbook by Yavorsky & Detlaf: pp.749, 910, 912, 913.

$$m_e := 9.1091 \cdot 10^{-31} \quad m_p := 1.67252 \cdot 10^{-27} \quad m_{ne} := 1.67482 \cdot 10^{-27} \quad e_e := 4.80298 \cdot 10^{-10}$$

$$R0 := 1.5 \cdot 10^{-15} \quad R_e := 1.5 \cdot 10^{-15} \quad a_{B0} := 5.29167 \cdot 10^{-11} \quad \epsilon_d := 1$$

14.3. Properties of bodies and of their motions

$$A_N := 16 \quad Z_n := 8 \quad n_n := 2 \quad l_n := 1 \quad r_m := a_{B0} \cdot \frac{[3 \cdot n_n^2 - l_n \cdot (l_n + 1)]}{2 \cdot Z_n} \quad r_n := R0 \cdot A_N^{\frac{1}{3}}$$

$$a := r_m \quad e := 0.15 \quad \epsilon_0 := 0.409 \quad a = 3.30729375 \cdot 10^{-11} \quad r_n = 3.77976314968462 \cdot 10^{-15}$$

14.4. Masses of bodies in kg and their radiuses in m

$$m_0 := Z_n \cdot m_p + Z_n \cdot m_{ne} \quad m_{i1} := m_e \quad ram_0 := r_n \quad ram_{i1} := R_e$$

14.5. Coordinates and velocities of bodies accordingly to:

Smulsky J.J. Axisymmetrical problem of gravitational interaction of N-bodies // Mathematical modelling
2003, Vol. 15, No 5, Pp. 27-36. (In Russian
<http://www.smul1.newmail.ru/Russian1/IntSunSyst/Osvnb4.doc>).

For two bodies interactions see item 14.14.

$$\alpha_1 := -\frac{1}{1+e} \quad Rp := a \cdot \frac{2 \cdot \alpha_1 + 1}{\alpha_1} \quad f_N := 0.25 \cdot \sum_{i2=2}^N \frac{1}{\sin\left[\frac{(i2-1) \cdot \pi}{N}\right]}$$

$$\mu_1 := -\frac{10^{-9} \cdot e_e^2}{m_1 \cdot \epsilon_d} \cdot (N - f_N) \quad \mu_1 = -1.315657523093202 \cdot 10^3$$

$$v_p := \sqrt{\frac{\mu_1}{\alpha_1 \cdot Rp}} \quad d\phi := \frac{2 \cdot \pi}{N} \quad \phi_{0,i1} := (i1 - 1) \cdot d\phi \quad \alpha_1 = -0.869565217391304$$

Coordinates and velocities in the plane of orbits, in m and m/sec

$$x_{0,i1} := Rp \cdot \cos(\phi_{0,i1}) \quad y_{0,i1} := Rp \cdot \sin(\phi_{0,i1}) \quad z_{0,i1} := 0 \quad \mu_1 = -1.315657523093202 \cdot 10^3$$

Продолжение приложения.

$$vx_{q_{11}} := -vp \cdot \sin(\phi_{0_{i1}}) \quad vy_{q_{11}} := vp \cdot \cos(\phi_{0_{i1}}) \quad vz_{q_{11}} := 0 \quad f_N = 2.804865846209121$$

Checking the distances between bodies. If d is less than 50, it is need to increase a.

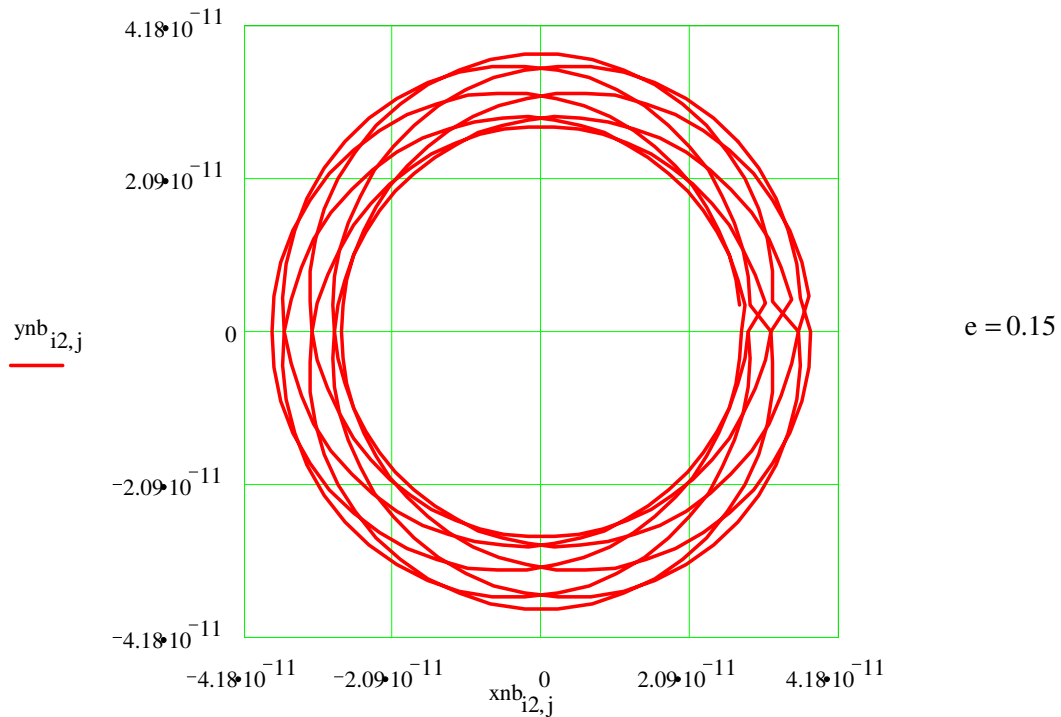
$$do := \sqrt{(xo_2 - xo_1)^2 + (yo_2 - yo_1)^2 + (zo_2 - zo_1)^2} \quad d := \frac{do}{(2 \cdot ram_1)} \quad d = 7.171996969841117 \cdot 10^3$$

14.6. The exact motion of bodies. Checking the planned configuration of the problem

$$J := 50 \quad \phi_0 := 0 \quad j := 1..J \quad \phi_j := \phi_{j-1} + \frac{2 \cdot \pi}{J}$$

$$rnb_{11,j} := \frac{Rp}{[(\alpha_{1+1}) \cdot \cos(\phi_j - \phi_{0_{i1}}) - \alpha_{11}]} \quad Ra := \frac{Rp}{[-(\alpha_{1+1}) - \alpha_{11}]} \quad DM := 1.1 \cdot Ra$$

$$xnb_{11,j} := rnb_{11,j} \cdot \cos(\phi_j) \quad ynb_{11,j} := rnb_{11,j} \cdot \sin(\phi_j) \quad i2 := 1, 2..N$$



14.7. Coordinates and velocities in the equatorial plane

$$xm_{11} := xo_{11} \quad ym_{11} := yo_{11} \cdot \cos(\epsilon_0) - zo_{11} \cdot \sin(\epsilon_0) \quad zm_{11} := yo_{11} \cdot \sin(\epsilon_0) + zo_{11} \cdot \cos(\epsilon_0)$$

$$vxm_{s_{11}} := vx_{q_{11}} \quad vym_{s_{11}} := vy_{q_{11}} \cdot \cos(\epsilon_0) - vz_{q_{11}} \cdot \sin(\epsilon_0) \quad vzm_{s_{11}} := vy_{q_{11}} \cdot \sin(\epsilon_0) + vz_{q_{11}} \cdot \cos(\epsilon_0)$$

$$xm_0 := 0 \quad ym_0 := 0 \quad zm_0 := 0 \quad vxm_{s_0} := 0 \quad vym_{s_0} := 0 \quad vzm_{s_0} := 0$$

14.8. The transition to the dimensionless variables

$$ms_0 := 0 \quad ms_{i+1} := ms_i + m_i \quad mo_i := \frac{m_i}{ms_{N+1}} \quad P_M := 1 \cdot 10^{-15}$$

$$qo_0 := Z_n \quad qo_{i1} := -1$$

Determination of the length scale that the dimensionless time unit is equal one 10^{-15} of second.

$$k_t := \frac{1}{P_M} \quad Am := \left[\frac{\left(10^{-9} \cdot e^2\right)^{\frac{1}{3}}}{\varepsilon d \cdot ms_{N+1} \cdot k_t^2} \right] \quad Am = 2.049767130503777 \cdot 10^{-11}$$

Clarification of Am

$$Am := 2.049767130503774 \cdot 10^{-11} \quad k_v := \sqrt{\frac{\varepsilon d \cdot ms_{N+1} \cdot Am}{10^{-9} \cdot e^2}} \quad Am := \frac{1}{k_t \cdot k_v}$$

$$x_i := \frac{xm_i}{Am} \quad y_i := \frac{ym_i}{Am} \quad z_i := \frac{zm_i}{Am} \quad ra_i := \frac{ram_i}{Am} \quad Am = 2.049767130503774 \cdot 10^{-11}$$

$$vx_i := vxm_i \cdot k_v \quad vy_i := vym_i \cdot k_v \quad vz_i := vzm_i \cdot k_v \quad \frac{do}{Am} = 1.049679770415449$$

14.9. The center of mass of the interacting bodies

$$Xc_0 := 0 \quad Yc_0 := 0 \quad Zc_0 := 0 \quad Vxc_0 := 0 \quad Vyc_0 := 0 \quad Vz_0 := 0$$

$$Xc_{i+1} := Xc_i + mo_i \cdot x_i \quad Yc_{i+1} := Yc_i + mo_i \cdot y_i \quad Zc_{i+1} := Zc_i + mo_i \cdot z_i$$

$$Vxc_{i+1} := Vxc_i + mo_i \cdot vx_i \quad Vyc_{i+1} := Vyc_i + mo_i \cdot vy_i \quad Vz_{i+1} := Vz_i + mo_i \cdot vz_i$$

Coordinates and velocities relatively the center of mass

$$x_i := x_i - Xc_{N+1} \quad y_i := y_i - Yc_{N+1} \quad z_i := z_i - Zc_{N+1} \quad Xc_{N+1} = -2.032879073410321 \cdot 10^{-20}$$

$$vx_i := vx_i - Vxc_{N+1} \quad vy_i := vy_i - Vyc_{N+1} \quad vz_i := vz_i - Vz_{N+1} \quad Vxc_{N+1} = 5.204170427930421 \cdot 10^{-18}$$

14.10. Angular momentum of the system of bodies

$$Mx_i := 0 \quad My_i := 0 \quad Mz_i := 0$$

$$M1x_i := -mo_i \cdot (vy_i \cdot z_i - vz_i \cdot y_i) \quad M1y_i := mo_i \cdot (vx_i \cdot z_i - vz_i \cdot x_i) \quad M1z_i := mo_i \cdot (vy_i \cdot x_i - vx_i \cdot y_i)$$

$$Mx_{i+1} := (Mx_i) + M1x_i \quad My_{i+1} := (My_i) + M1y_i \quad Mz_{i+1} := (Mz_i) + M1z_i$$

$$Mx_{N+1} = -9.665352161902836 \cdot 10^{-19} \quad My_{N+1} = -0.053108187925464$$

$$Mz_{N+1} = 0.122526400051667$$

Verification

$$msr_0 := 0 \quad msr_{i+1} := msr_i + mo_i \quad msr_{N+1} = 1$$

$$M00 := \frac{N \cdot mo_1 \cdot Rp \cdot vp \cdot k_v}{Am} \quad M0 := \sqrt{(Mx_{N+1})^2 + (My_{N+1})^2 + (Mz_{N+1})^2}$$

$$\frac{M0 - M00}{M0} = 0 \quad \left(Am - \frac{1}{k_t \cdot k_v} \right) \cdot \frac{1}{Am} = 0$$

14.11. To coordinate the size of area with the number of bodies need to change the $B \leq 1$ and $C1 \leq 1$ so that $Nbar > Nb$.

$$B := 0.25 \quad C1 := 0.1 \quad Mu := \text{ceil} \left[(Nb + 1)^{\frac{1}{3}} \right] \quad dT := 1.0 \cdot 10^{-7} \quad Mu = 3$$

$$Nbar := (1 + Mu) \cdot (1 + Mu \cdot B) \cdot (1 + Mu \cdot C1) \quad Nbar = 9.1 \quad Nb = 9$$

B	C	Mu	Nb
0.5	0.25	4	30
0.9	0.6	7	300
0.9	0.7955	15	3000

14.12. Writing data to the file name.prn

$$k := 0..14 \quad l := 7..12 \quad l2 := 5..14 \quad R_{0,k} := 0 \quad R_{0,7} := Mx_{N+1} \quad R_{0,8} := My_{N+1}$$

$$R_{0,9} := Mz_{N+1} \quad R_{1,0} := 0 \quad R_{1,1} := dT \quad R_{1,2} := 1 \quad R_{1,3} := 1 \quad R_{1,4} := Nb$$

$$R_{1,5} := 1 \quad R_{1,6} := B \quad R_{1,7} := C1 \quad R_{1,8} := Mu \quad R_{1,9} := \epsilon d \quad R_{1+2,0} := mo_i \quad R_{1+2,1} := x_i$$

$$R_{1+2,2} := y_i \quad R_{1+2,3} := z_i \quad R_{1+2,4} := vx_i \quad R_{1+2,5} := vy_i \quad R_{1+2,6} := vz_i \quad R_{1+2,1} := 0$$

$$R_{1+2,13} := ra_i \quad R_{1+2,14} := 0 \quad R_{1+2,15} := qo_i$$

Information line at end of file $l3 := Nb + 2$

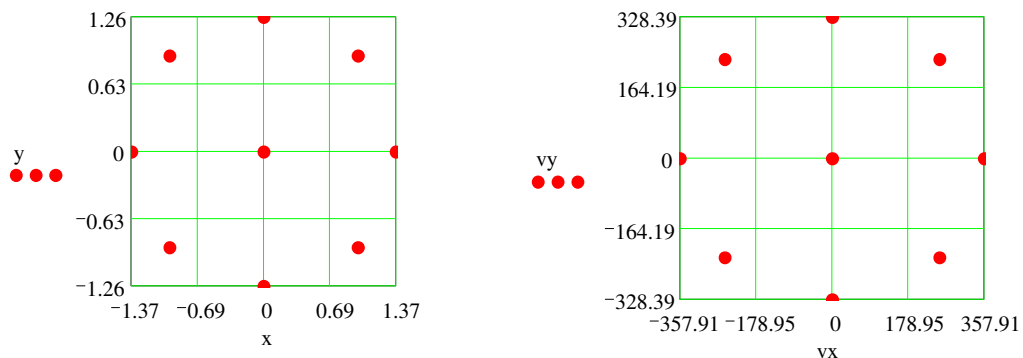
$$R_{l3,0} := 20120918 \quad R_{l3,1} := Nb \quad R_{l3,2} := ms_{N+1} \quad R_{l3,3} := Am \quad R_{l3,4} := k_v \quad R_{l3,12} := 0$$

$$WwwwRITEPRN("axsykl09.prn") := R \quad e \quad 0.15 \quad 0$$

$$"axsykl09.prn" \quad "axsykc09.prn"$$

It is necessary 1 zero at the end of 1-nd line and 6 zero at the end of 2-nd line of a file name.prn to remove and to rename the file into a name.dat.

Verification coordinates and velocities



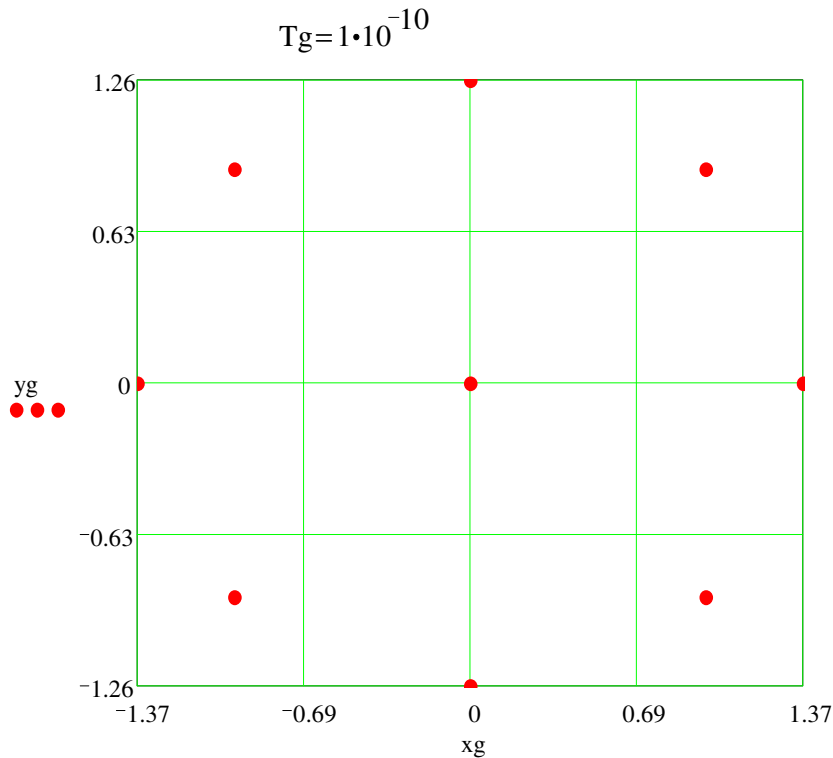
14.13. Reading the file of type garek29.dat

```

Nbg:= 9   Ng:= Nbg- 1   ig:= 0..Ng   ig2:= 0..24+ Nbg*16
P2_ig2 := READ("garek29.dat")   "garek29.dat"

Tg:= P2_0   m_max:= P2_1   v_max:= P2_2   dTpg:= P2_3   P_xg:= P2_4   Pyg:= P2_5   P_yg:= P2_6
M_xg:= P2_7   Myg:= P2_8   M_zg:= P2_9   S_sxg:= P2_10   S_syg:= P2_11   S_szg:= P2_12
Eg:= P2_13   E_g_max:= P2_14   E_tg:= P2_15   dTg:= P2_16   i2b:= P2_17   j2b:= P2_18
k2b:= P2_19   Ag:= P2_20   Bg:= P2_21   Cg:= P2_22   Mug:= P2_23   εdg:= P2_24
mog_ig := P2_25+ig*16   xg_ig := P2_26+ig*16   yg_ig := P2_27+ig*16   zg_ig := P2_28+ig*16
vxg_ig := P2_29+ig*16   vyg_ig := P2_30+ig*16   vzg_ig := P2_31+ig*16   rag_ig := P2_38+ig*16   qog_ig := P2_40+ig*16

```



14.14. Change in iter4.5 for two bodies interactions

$$\alpha_1 := -\frac{1}{1+e} \quad Rp := a \cdot \frac{2 \cdot \alpha_1 + 1}{\alpha_1} \quad m_{pr} := \frac{m_0 \cdot m_1}{m_0 + m_1} \quad \mu_1 := -\left(\frac{10^{-9} \cdot e \cdot e^2}{m_{pr} \cdot \epsilon d} \right)$$

Печатается в соответствии с решением Ученого Совета Института криосферы Земли
Сибирского отделения Российской академии наук от 12 сентября 2013 г., протокол № 10.