

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ СПУТНИКА ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ТЕЛА

И.И. Смольский

Институт Криосферы Земли СО РАН

JSmulsky@mail.ru

1. Введение

Гравитационное воздействие одного тела на другое определяется силой тяготения Ньютона. К сожалению, еще в 18 веке ввели поле, и гравитационное воздействие стали представлять так. Первое тело создает поле, а это поле действует на второе тело. Действие поля определяют гравитационным потенциалом. При этом полагают, что однородный вращающийся шар и такой же невращающийся шар имеют одинаковое распределение гравитационного потенциала вокруг себя, т.е. создают одинаковое гравитационное поле. Поэтому автоматически считают, что эти два тела будут одинаково воздействовать на движущуюся вокруг них материальную точку (МТ). Если вращающимся телом является небесное тело, то, аналогично, считают, что его спутник будет совершать такое же движение как и вокруг невращающегося тела.

Подчеркнем, что мы рассматриваем центрально-симметричное тело. При отсутствии такой симметрии, например, для сплюснутого тела эти выводы отношения не имеют, и мы об этом скажем чуть позже.

Итак, введение поля устранило из рассмотрения воздействие каждой отдельной части рассматриваемого тела. В действительности каждая часть вращающегося тела относительно МТ движется по-разному, т.е. имеет свою скорость. Это движение отразится на взаимодействии этой части с ней. Различие взаимодействий будет точно такое же, как и при воздействии одной материальной точки на другую. Если вначале вторая МТ неподвижна относительно первой, то она будет двигаться в ее направлении. Если же начальная скорость второй МТ направлена перпендикулярно их линии соединения, то в зависимости от величины скорости эта точка будет двигаться по окружности, эллипсу, параболе или гиперболу.

Итак, вращающееся тело будет воздействовать на материальную точку не так как невращающееся тело. Чтобы определить воздействие вращающегося тела на материальную точку нужно интегрировать уравнение движения МТ при воздействии на нее сил тяготения Ньютона от всех частей вращающегося тела. Такая задача является очень сложной и, возможно, когда-нибудь она будет решена. Мы пошли по другому пути и рассмотрели составную модель вращающегося тела. Его вращение мы представляем в виде

осесимметрично расположенных в одной плоскости нескольких тел, которые в результате взаимного тяготения обращаются вокруг центрального тела. Варьируя их параметрами можно некоторые характеристики вращения составной модели и рассматриваемого тела сделать одинаковыми. Такую составную модель вращения Земли мы создали и исследовали [1]. Эволюция такой модели хорошо представила эволюцию оси вращения Земли.

2. О воздействии сплюснутого тела

Предлагаемая составная модель в какой-то мере может имитировать воздействие сплюснутого тела. Чтобы исключить его рассмотрим это воздействие более детально. Как известно из теории вращательного движения (см. например стр. 236 [2], или формулу (31) [3]) силовая функция гравитационного воздействия сплюснутого осесимметричного тела на МТ в положении А на рис. 1 имеет следующий вид:

$$U = G \cdot m \left[\frac{M}{r} + \frac{J_z - J_x}{2r^3} - \frac{3(J_z - J_x)z^2}{2r^5} \right], \quad (1)$$

где G - гравитационная постоянная;

M и m - массы тела и МТ;

r – расстояние от тела до МТ;

J_z и J_x – моменты инерции тела относительно осей z и x (см. рис 1).

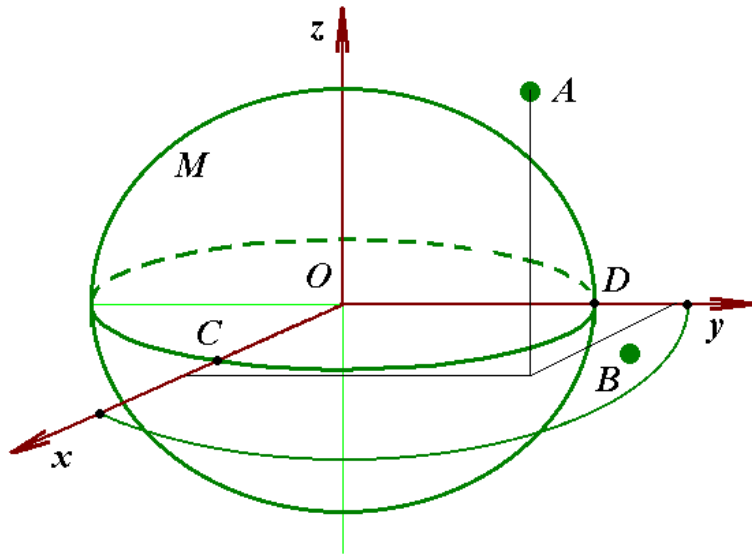


Рис. 1. Два варианта расположения МТ (А и В) относительно экваториальной плоскости сплюснутого осесимметричного тела массой M .

Как известно, сила воздействия на материальную точку определяется как $\vec{F} = \text{grad}U$, поэтому компоненты силы могут быть определены дифференцированием силовой функции U . Так как они нам не понадобятся, то мы их приводить не будем.

Первые два слагаемые в (1) зависят только от r и дают силу, проходящую через центр O . В соответствии с теоремой механики о центральной силе (второй закон Кеплера) материальная точка будет двигаться по плоской кривой с постоянной секториальной скоростью.

Третье слагаемое в силовой функции (1) содержит координату z , которая при движении МТ по орбите в выражении для силы будет давать циклически изменяющиеся значения от отрицательных величин до положительных. Как известно (см. например, [3]), это слагаемое создает момент силы, который приводит к движению плоскость экватора сплюснутого тела. С другой стороны, этот момент с обратным знаком будет приводить к вращению орбиты МТ.

При нахождении МТ в плоскости экватора ОСД (см. рис 1), т.е. в т. B при $z=0$, третье слагаемое пропадает, и орбита МТ будет неизменна в пространстве. Поэтому будем рассматривать движение МТ в экваториальной плоскости составной модели вращения тела. В этом случае все изменения орбиты МТ будут обусловлены эффектом вращения тела.

3. Составная модель вращения тела

Составная модель (см. рис. 2) представляет n тел с массой m_i равномерно расположенных по окружности радиусом a_i вокруг центрального тела массой m_0 . Масса всех $n+1$ тел равна массе вращающегося тела M_S :

$$m_i n + m_0 = M_S. \quad (2)$$

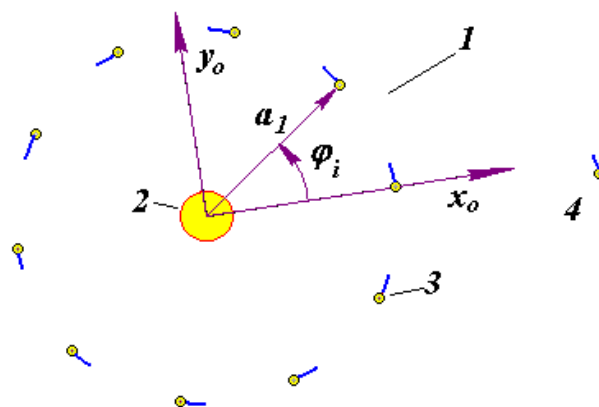


Рис. 2. Составная модель вращения тела (Солнца) и ее радиус орбиты модели $a_i = 2.52845 \times 10^{10}$ м при массе Солнца $M_S = 1.98892 \times 10^{30}$ кг и его радиусе $R_S = 6.97113 \times 10^8$ м: 1 – составная модель при 10 периферийных телах; 2 – центральное тело; 3 – периферийное тело; 4 – спутник (Меркурий). Положение тел дано на 30.12.49 г. Линиями у тел представлены вектора их скоростей.

Параметры составной модели определяются по результатам нашего точного аналитического решения [4, 5] задачи взаимодействия n -тел, осесимметрично расположенных

на плоскости вокруг центрального тела. Мы получили направленную к центру m_0 силу воздействия на каждое периферийное тело в следующем виде:

$$F = G(m_0 + m_1 f_n) m_1 / r^2, \quad (3)$$

где r – расстояние от центрального тела m_0 до периферийного m_1 ; функция f_n , зависит от числа тел n :

$$f_n = 0.25 \sum_{i=2}^n \frac{1}{\sin[(i-1)\pi/n]}. \quad (4)$$

Из физических соображений следует, что такая модель будет идентична по воздействию вращающегося тела на МТ, если совпадают их угловые скорости вращения, массы вращающегося тела совпадают с массой $n \cdot m_1$, а также расстояние периферийных тел до МТ – с расстоянием вращающихся масс тела до МТ. Однако количественные характеристики таких соответствий не известны. По-видимому, они могут быть определены при точном решении задачи взаимодействия материальной точки с вращающимся телом. Рассмотрим, какими параметрами располагает составная модель.

При силе (3) и угловой скорости вращения тела ω_S радиус a_1 круговой орбиты периферийных тел определяется выражением:

$$a_1 = [G(m_0 + m_1 f_n) / \omega_S^2]^{1/3}. \quad (5)$$

Параметрами n , m_0 , m_1 , ω_S и a_1 полностью определяется движение тел составной модели. Независимыми являются два, например: n и m_1 . Неизвестные два параметра m_0 и a_1 определяются из выражений (2) и (5). При исследовании составной модели Земли [1], было установлено, что количество тел $n=5$ является оптимальным с позиции трудоемкости и адекватности. При исследовании рассматриваемой задачи мы использовали $n=5$ и $n=10$. Результаты практически не изменились. Поэтому можно варьировать только одним параметром: m_1 .

4. Начальные координаты и скорости тел

4.1. Тела составной модели. Начальные условия необходимы для численного интегрирования дифференциальных уравнений движения:

$$\frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = -G \sum_{k \neq i}^{n_2} \frac{m_k \vec{r}_{ik}}{r_{ik}^3}, \quad i = 1, 2, \dots, n_2, \quad (6)$$

где \vec{r}_i - радиус-вектор каждого тела массой m_i относительно центра масс всей системы;

\vec{r}_{ik} - радиус-вектор от тела массой m_k до тела массой m_i .

$n_2 = n + 2$ - общее количество тел, включая центральное тело с массой m_0 и МТ с массой m .

Периферийные тела по экватору модели (см. рис. 2) расположены равномерно, т.е. угол между первым телом и телом с номером i определяется выражением $\varphi_i = \frac{2\pi}{n}(i-1)$.

Тогда координаты и скорости модели при движении их по круговой орбите радиусом a_I запишутся:

$$x_{oi} = a_I \cdot \cos \varphi_i; \quad y_{oi} = a_I \cdot \sin \varphi_i; \quad z_{oi} = 0; \quad (7)$$

$$v_{xoi} = -a_I \cdot \omega_s \cdot \sin \varphi_i; \quad v_{yoi} = a_I \cdot \omega_s \cdot \cos \varphi_i; \quad v_{zoi} = 0; \quad (8)$$

Здесь ось x_o проходит через первое периферийное тело, а координаты и скорости центрального тела равны нулю.

Чтобы следить за изменением плоскости орбиты периферийных тел, мы рассматриваем эту задачу в пространстве, т.е. в системе координат xuz (см. рис. 3). Плоскость орбиты $x_o y_o$ периферийных тел наклонена к плоскости xu под углом i , а ее линия пересечения с этой плоскостью отстоит от оси x на угол φ_Ω . Тогда координаты периферийных тел в системе xuz будут:

$$x_i = x_{oi} \cdot \cos \varphi_\Omega - y_{oi} \cdot \sin \varphi_\Omega \cdot \cos i + z_{oi} \sin \varphi_\Omega \cdot \sin i; \quad (9)$$

$$y_i = x_{oi} \cdot \sin \varphi_\Omega + y_{oi} \cdot \cos \varphi_\Omega \cdot \cos i - z_{oi} \cos \varphi_\Omega \cdot \sin i; \quad (10)$$

$$z_i = y_{oi} \cdot \sin i + z_{oi} \cdot \cos i; \quad (11)$$

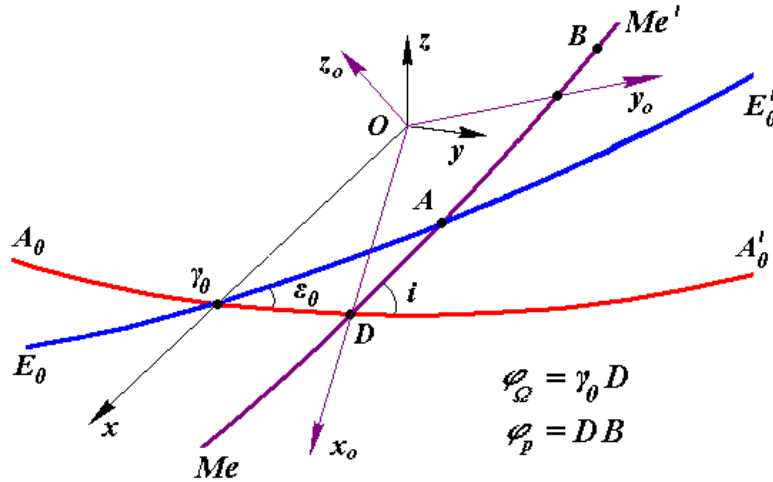


Рис. 3. Плоскость орбиты модели $x_o y_o$ и плоскость орбиты спутника (Меркурия) в неподвижной экваториальной гелиоцентрической системе координат xuz : $A_0 A_0'$ – плоскость экватора Земли в начальную эпоху T_0 ; $E_0 E_0'$ – плоскость орбиты Земли (плоскость неподвижной эклиптики) в начальную эпоху T_0 ; $Me Me'$ – плоскость орбиты Меркурия в произвольную эпоху T ; $x_o y_o z_o$ – орбитальная система координат; γ_0 – точка весеннего равноденствия в эпоху T_0 ; B – положение перигелия Меркурия на небесной сфере; $\varphi_\Omega = \gamma_0 D$ – угловое расстояние восходящего узла орбиты; $\varphi_p = DB$ – угловое расстояние перигелия; i – угол наклона плоскости орбиты к плоскости неподвижного экватора.

Выражение для проекций скорости v_{xi} , v_{yi} и v_{zi} запишутся аналогично (9)-(11). Координаты и скорости центрального тела в системе координат xuz также будут равны нулю.

Для численного интегрирования необходимо задать конкретные параметры тел. В качестве аналогов таких тел может быть выбрана одна из вращающихся планет и ее спутник, или Солнце и одна из планет. В качестве таковых мы взяли Солнце и Меркурий. Согласно данным Кэррингтона [6, 7], сидерический период вращения Солнца $T_S = 25^d.38 \cdot 24 \cdot 3600$ сек. Тогда угловая скорость Солнца $\omega_S = 2\pi/T_S$.

Система координат xuz (см. рис. 3) связана с плоскостью земного экватора A_0A' на эпоху J2000.0 с юлианским днем $JD_S = 2451545$. Положение плоскости орбиты Меркурия, которое определяются углами φ_Ω и i , а также эксцентриситет орбиты e , радиус перигелия R_p и его угловое положение φ_p получены по нашим результатам интегрирования уравнений движения Солнечной системы [8]: $\varphi_\Omega = 0.192060652817986$; $i = 0.498286256454493$; $e = 0.20561894350736$; $R_p = 4.600191160200311E+10$ м; $\varphi_p = 1.17765378870597$. Здесь углы приведены в радианах. Эти параметры, а также расстояние $r_0 = 5.192695009596592E+10$ м между Меркурием и Солнцем, даны на эпоху $JD_0 = 2433280.5$. В плоскости орбиты Меркурия, как уже отмечалось, расположена плоскость составной модели вращения Солнца.

При заданных массе периферийного тел m_l (см. табл. 1) и их числе $n = 10$, из (2) определяется масса центрального тела m_0 , а из (5) – радиус a_l круговой орбиты периферийных тел. Их координаты и скорости рассчитываются по формулам (9) – (11).

4.2. Начальные условия для спутника. Координаты МТ, которой в данном случае является Меркурий, определяются по результатам задачи 2-х тел [9]. Полярный радиус в плоскости орбиты рассчитывается по формуле:

$$r = \frac{R_p}{(\alpha_1 + 1)\cos(\varphi_0 - \varphi_p) - \alpha_1}, \quad (12)$$

где $\alpha_1 = -1 \setminus (1 + e)$ – параметр траектории.

Скорость в перигелии v_p , а также радиальная v_r и трансверсальная v_t скорости вычисляются по формулам:

$$v_p = \sqrt{\frac{G(m + m_s)}{(-\alpha_1) \cdot R_p}}; \quad v_r = \pm v_p \sqrt{(\alpha_1 + 1)^2 - (\alpha_1 + R_p/r)^2}; \quad v_t = v_p R_p / r. \quad (13)$$

Чтобы в начальный момент положение Меркурия в модели и в Солнечной системе совпадали, по заданному начальному радиусу r_0 из (12) определяется начальный полярный

угол $\varphi_0 = -5.581073906354317E-2$. При этом необходимо знак функции \arccos согласовать с положением Меркурия. По заданному r_0 также рассчитываются радиальная и трансверсальная скорости согласно (13). Необходимо также учесть, что при движении от афелия к перигелию знак радиальной скорости – отрицательный.

Тогда координаты и скорости МТ в плоскости орбиты запишутся:

$$x_o = r_0 \cdot \cos \varphi_0; \quad y_o = r_0 \cdot \sin \varphi_0; \quad z_o = 0; \quad (14)$$

$$v_{xo} = v_r \cdot \cos \varphi_0 - v_t \cdot \sin \varphi_0; \quad v_{yo} = v_r \cdot \sin \varphi_0 + v_t \cdot \cos \varphi_0; \quad v_{zo} = 0. \quad (15)$$

После этого координаты (14) и скорости (15) в соответствии с выражением (9)-(11) пересчитываются в неподвижную систему координат x_{yz} . Таким образом, в этой системе координат получены координаты и скорости всех $n_2 = 12$ тел в момент JD_0 . Они представлены в табл. 1.

4.3. Барицентрические начальные условия. Так как уравнения (6) интегрируются в системе координат, связанной с центром масс, то координаты и скорости центра масс, например, в направлении оси x рассчитываются так:

$$X_c = \sum_{i=1}^{n_2} x_i m_i / M_{ss}; \quad V_{xc} = \sum_{i=1}^{n_2} v_{xi} \cdot m_i / M_{ss}, \quad (16)$$

где $M_{ss} = M_s + m$ - масса всей системы тел.

Затем координаты и скорости всех тел пересчитываются в барицентрическую систему координат $x_c y_c z_c$, например, в направлении оси x .

$$x_{ci} = x_i - X_c; \quad v_{ci} = v_{xi} - V_{xc}. \quad (17)$$

Уравнения (6) с начальными условиями (17) в момент $T = 0$, который отсчитывается от JD_0 , интегрируется программой "Galactica". Метод интегрирования и исследования его погрешностей представлен в работе [8]. Эти исследования показали, что точность метода на порядки превышает точность известных из литературы методов.

5. Эволюция спутника на интервале 3 тыс. лет.

5.1. Методические вопросы. Уравнения движения (6) интегрировались с шагом $\Delta t = 10^{-5}$ лет на промежутке 3 тыс.лет. Через каждые 100 лет новые начальные условия сохранились в файл. Затем по этим данным снова программой Galactica проводился расчет на интервале равном периоду обращения спутника, а координаты спутника и центрального тела в 2440 точках записывались в другой файл. По данным из этого файла с помощью программы Deftra определялись 12 параметров орбиты, в том числе эксцентриситет e , наклон плоскости орбиты i , угол положения ее восходящего узла φ_{Ω} , длина полуоси a и период обращения T_{tr} .

Табл. 1. Массы m_{bj} и начальные условия: координаты x_j, y_j, z_j и скорости v_{xj}, v_{yj}, v_{zj} при воздействии составной модели Солнца на Меркурий на 30.0 дек. ЕТ 1949 г., $JD_0 = 2433280.5$ в гелиоцентрической экваториальной системе координат на эпоху 2000.0, $JD_S = 2451545$. Ось вращения Солнца перпендикулярна плоскости орбиты Меркурия. $G = 6.67259E-11 \text{ м}^3/(\text{с}^2 \cdot \text{кг})$; масса Солнца $m_S = 1.9889194897680255E+30 \text{ кг}$; масса Меркурия $m_{b1} = m_{Me} = 3.301878427797373E+23 \text{ кг}$; масса периферийных тел модели Солнца $m_{b2} \div m_{b11} = m_1 = 7.823457047405106E+22$; масса центрального тела модели Солнца $m_{b12} = m_0 = 1.988918707422321E+30$; координаты и скорости центрального тела равны нулю; радиус орбиты модели $a_j = 2.528448860829609E+10 \text{ м}$.

Номера тел, j	Координаты тел в м и их скорости в м/с		
	x_j, v_{xj}	y_j, v_{yj}	z_j, v_{zj}
1	51378476699.37358	7398911790.095004	-1384334729.48316
	-15276.97443622607	44183.26299133094	25183.78237815627
2	24819582155.99904	4826355331.37261	0
	-12147.51809290708	62468.73729718671	34624.59409050002
3	17587557321.53571	16719258076.46844	7102788256.536658
	-51628.64364423474	42409.73123086216	28011.88504254889
4	3637683369.332812	22225972503.03452	11492552813.96992
	-71389.38211652097	6151.649288096175	10699.58799729888
5	-11701661989.64499	19243120866.46198	11492552813.96992
	-63881.80305615008	-32456.15359585345	-10699.58799729888
6	-22571370193.44112	8910051108.523298	7102788256.536659
	-31973.54649095678	-58666.80895027418	-28011.88504254889
7	-24819582155.99904	-4826355331.372608	1.479812498677953E-6
	12147.51809290707	-62468.73729718671	-34624.59409050002
8	-17587557321.53572	-16719258076.46844	-7102788256.536656
	51628.64364423473	-42409.73123086216	-28011.88504254889
9	-3637683369.332814	-22225972503.03452	-11492552813.96992
	71389.38211652097	-6151.649288096181	-10699.58799729889
10	11701661989.64499	-19243120866.46198	-11492552813.96992
	63881.80305615008	32456.15359585344	10699.58799729888
11	22571370193.44112	-8910051108.523302	-7102788256.53666
	31973.54649095679	58666.80895027418	28011.88504254889

С целью проверки аналитических и численных алгоритмов и определения погрешностей вычислений была рассмотрена задача взаимодействия двух тел: Солнца и Меркурия. Начальные условия подготовлены описанным выше способом. Эта задача была также численно проинтегрирована на интервале 3 тыс. лет и определены параметры орбиты Меркурия в те же моменты времени. Кроме того была решена задача о воздействии составной модели на МТ с уменьшенными в 2 раза массами периферийных тел.

5.2. Результаты первой составной модели. На рис. 4 точками 1 представлена рассчитанная нами эволюция параметров орбиты Меркурия при воздействии первой модели вращающегося Солнца: эксцентриситета e , долготы восходящего узла φ_Ω , угла наклона плоскости орбиты i , угла положения перигелия φ_p и относительных отклонений полуоси δa и периода обращения δT_r от их средних значений. На этих же графиках линиями 3

приведена динамика орбиты Меркурия при воздействии обычного Солнца. Как видно из графиков вращение Солнца приводит к небольшому изменению эксцентриситета e Меркурия, а угол наклона плоскости орбиты i и угол восходящего узла φ_{Ω} остаются неизменными на промежутке 3000 лет. Изменение эксцентриситета Меркурия в составе Солнечной системы за 3000 лет составляет $\Delta e_{SS} = 6.42 \cdot 10^{-4}$. Изменение эксцентриситета при воздействии модели вращающегося Солнца составляет $\Delta e_{MS} = -1.1 \cdot 10^{-6}$, что составляет $1.7 \cdot 10^{-3}$ величины Δe_{SS} . Поэтому это изменение эксцентриситета можно считать несущественным.

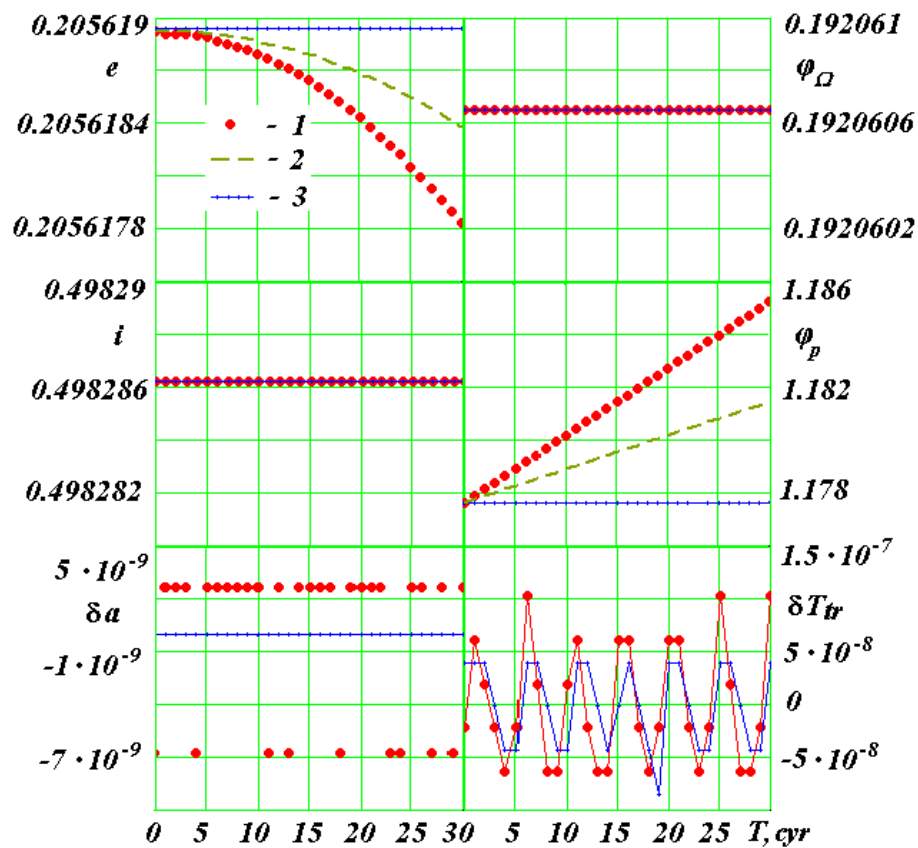


Рис. 4. Эволюция орбиты спутника (Меркурия) при воздействии модели вращающегося тела (Солнца) на интервале $0 \div +3$ тыс. лет по результатам интегрирования уравнений (6) (см. точки 1, и штриховые линии 2 при уменьшенной в 2 раза массе периферийных тел) и сопоставление ее с эволюцией спутника при отсутствии вращения Солнца (см. точки 3); e – эксцентриситет; углы: i , φ_{Ω} и φ_p даны в радианах, а их обозначение см. на рис. 3; δa – относительное отклонение большой полуоси в метрах от ее среднего значения a_m и δT_{tr} – относительное отклонение периода обращения в юлианских столетиях от его среднего значения T_{im} . T – время юлианских столетиях от 30.12.1949 г.; интервал между точками – 100 лет. Средние значения $a_m = 5.790911945268089E+10$ м и $T_{im} = 2.408423751612904E-3$ суг получены по результатам интегрирования уравнений (6). В одном юлианском столетии 36525 дней. Углы даны в радианах.

Как видно из рис. 4, угол перигелия φ_p линейно растёт со временем. За 3000 лет, он увеличивается на $\Delta\varphi_{pms} = 7.63 \cdot 10^{-3}$ рад = 1573". В составе Солнечной системы за это время перигелий Меркурия увеличивается на $\Delta\varphi_{pSS} = 20799''$, т.е. изменение $\Delta\varphi_{pms}$ составляет $7.56 \cdot 10^{-2}$ величины $\Delta\varphi_{pSS}$. Как видно, относительное изменение угла перигелия превышает относительное изменение эксцентриситета в 44 раза. Поэтому изменение перигелия можно считать существенным.

Итак, под воздействием модели вращающегося Солнца перигелий Меркурия поворачивается в направлении орбитального движения. Вращение происходит со скоростью 52.4" в столетие, при массе периферийных тел $n \cdot m_I = 7.8 \cdot 10^{23}$ кг.

Так как период обращения Меркурия T_{ir} и полуось орбиты a не испытывают существенных изменений, то на рис. 4 приведены их относительные отклонения:

$$\delta T_{ir} = (T_{ir} - T_{irm})/T_{irm}; \quad \delta a = (a - a_m)/a_m, \quad (18)$$

где $T_{irm} = 2.40842375 \cdot 10^{-3}$ суг и $a_m = 5.79091195 \cdot 10^{10}$ м – среднее за 3 тыс. лет значение периода T_{ir} и полуоси орбиты a .

Как видно из графиков, относительные величины δT_{ir} и δa колеблются вокруг нулевого значения. Амплитуды колебаний имеет порядок $\delta T_{irA} = 8 \cdot 10^{-8}$, а полуоси $\delta a_A = 5 \cdot 10^{-9}$. Следует отметить, что амплитуды колебаний этих величин для Меркурия в составе Солнечной системы имеют на 2-3 порядка большие значения: $\delta T_{ir} - 8 \cdot 10^{-6}$ и $\delta a - 4 \cdot 10^{-6}$, соответственно.

5.3. Сопоставление с задачей двух тел. При воздействии на Меркурий обычного Солнца, как видно из графиков на рис. 4, приведенных линиями 3, эксцентриситет орбиты e , угол наклона i , угол восходящего узла φ_Ω и угол перигелия φ_p остаются неизменными. Колебания периода обращения δT_{ir2} имеет такой же порядок как и в предыдущей задаче, а колебания полуоси δa_2 нулевые. Отсюда следует вывод, что использованная нами методика определения периода обращения имеет относительную ошибку порядка $\delta T_{ir} = 8 \cdot 10^{-8}$. В этой численной задаче двух тел получены средние параметры: $T_{irm2} = 2.408424194 \cdot 10^{-3}$ суг и $a_{m2} = 5.79091246 \cdot 10^{10}$ м. При точном решении задачи двух тел период обращения определяется зависимостью:

$$T_{ira} = 2\pi a^{3/2} / \sqrt{G(m + M_s)}, \quad (19)$$

При значении $a = a_m$ точный период обращения двух тел, определенный согласно (19), будет $T_{ira} = 2.408424186 \cdot 10^{-3}$ суг. Его относительное отличие от полученного численным интегрированием среднего T_{irm2} составляет $\delta T_{irm2} = -3 \cdot 10^{-9}$, т.е. в 27 раз меньше амплитуды колебаний δT_{irA} . С учетом того, что средняя величина T_{irm2} получена усреднением по 31

точке (см. рис. 4), полученные значения относительных отклонений δT_{irm2} и δT_{irA} согласуются между собой.

Приведенные величины относительных погрешностей периода обращения T_{ir} и полуоси орбиты a присущи и для остальных параметров орбиты. Тогда полученная величина изменения перигелия орбиты при воздействии вращающегося Солнца на 5-6 порядков выше этих погрешностей. Поэтому ее можно считать достоверной.

5.4. Результаты второй составной модели. Итак, воздействие вращающегося тела на обращающийся в том же направлении вокруг него спутник заключается во вращении перицентра спутника в том же направлении. Представляет интерес зависимость скорости вращения перицентра от параметров взаимодействующих тел. По-видимому, она может быть определена в результате аналитического решения задачи взаимодействия этих тел. Некоторые зависимости так же могут быть получены в результате численных решений этой задачи при разных вариантах тел. С этой целью, а также с целью дополнительной проверки полученных результатов была рассмотрена вторая составная модель вращения Солнца при меньшей в два раза массе $m_{In} = 0.5 \cdot m_1$ периферийных тел. В соответствии с описанной ранее методикой были рассчитаны начальные условия, проинтегрированы уравнения (6) и исследована эволюция орбиты Меркурия за 3000 лет, результаты которой представлены на рис. 4 линией 2. Все отмеченные особенности эволюции орбиты Меркурия повторились. При этом изменения эксцентриситета за 3 тыс. лет составило величину $\Delta e_{ms2} = -5.5 \cdot 10^{-7}$, а перигелия $\Delta \varphi_{pmS2} = 3.81 \cdot 10^{-3}$ рад. при сравнении с величинами Δe_{ms} и $\Delta \varphi_{pmS}$ видно, что уменьшение в 2 раза массы $n \cdot m_1$ периферийных тел привело к такому же уменьшению изменения эксцентриситета и угла перигелия. Так как в задаче двух тел, т.е. при $n \cdot m_1 = 0$, эксцентриситет и перигелий не изменяются, то по этим трем значениям $n \cdot m_1$ можно дать зависимости изменений эксцентриситета и угла перигелия для разных величин $n \cdot m_1$. В частности для вековой скорости изменения угла перигелия она будет иметь вид:

$$\frac{\delta \varphi_p}{\delta t} = 52.43'' \cdot n \cdot m_1 / (7.8 \cdot 10^{23}), \quad (20)$$

где m_1 - масса периферийного тела в кг, а n их количество; $\delta \varphi_p / \delta t$ - скорость вращения перигелия в угловых секундах в юлианское столетие.

Отметим, что числовые значения коэффициентов в (20) справедливы только для рассмотренной задачи взаимодействия Солнца и Меркурия.

Выводы

1. Для моделирования воздействия вращающегося тела на его спутник разработана составная модель вращающегося тела.
2. Для конкретных тел, Солнца и Меркурия, численно проинтегрированы дифференциальные уравнения движения всех тел и исследована эволюция спутника за три тысячи лет.
3. Составная модель вращения тела приводит к вращению перицентра спутника в направлении его орбитального движения.
4. Скорость вращения перигелия пропорциональна массе периферийных тел модели.

В заключение выражаю благодарность М.Л. Пановой и Е.Ф. Сафиной за помощь в обработке результатов расчетов, построении графиков и оформлении статьи.

Литература

1. Мельников В. П., Смутьский И.И., Смутьский Я.И. Эволюция осесимметричной системы и вращение Земли / Фундаментальные и прикладные проблемы механики: Материалы конференции. – Томск: Изд-во Том. Ун-та. – 2006. – С. 448-449.
2. Шараф Ш.Г. и Будникова Н.А. О вековых изменениях элементов орбиты Земли, влияющих на климаты геологического прошлого. // Бюл. ИТА АН СССР. 1967, вып. 11, № 4 - С. 231 - 261.
3. Смутьский И.И., Сеченов К.Е. Уравнения вращательного движения Земли и их решения при воздействии Солнца и планет / Институт криосферы Земли СО РАН. - Тюмень, 2007. - 35 с. - ил.: 7. Библиогр.: 19 назв. - Рус. - Деп. в ВИНТИ 02.05.07 г. № 492-В2007.
4. Смутьский И. И. Теория взаимодействия. - Новосибирск: Из-во Новосибирского ун-та, ННЦ ОИГГМ СО РАН. - 1999. - 294с.
5. Смутьский И.И. Осесимметричная задача гравитационного взаимодействия N-тел// Математическое моделирование. – 2003, т. 15, № 5, с. 27-36.
6. Carrington R.Ch. Observation of the spot on the Sun from November 9, 1853 to March 24, 1861 made in at Redhill. London: Williams and Norgate. – 1863. 248 p.
7. Труды ИПА РАН. Вып. 10. Эфемеридная астрономия. – Санкт-Петербург: ИПА РАН, 2004 – 488 с.
8. Гребеников Е.А., Смутьский И.И. Эволюция орбиты Марса на интервале времени в сто миллионов лет / Сообщения по прикладной математике. Российская Академия Наук: ВЦ им. А.А. Дородницына. М.: ВЦ РАН А.А. Дородницына. – 2007. 63 с.
9. Смутьский И.И. Математическая модель Солнечной системы / В сб. Теоретические и прикладные задачи нелинейного анализа. Российская Академия Наук: ВЦ им. А.А. Дородницына. М.: ВЦ РАН А.А. Дородницына. – 2007. С. 119-139.