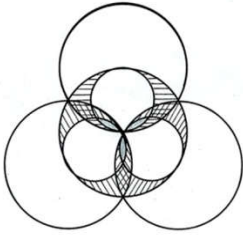


УДК 521.131 + 524.47



МНОГОСЛОЙНЫЕ МОДЕЛИ ШАРОВЫХ ЗВЕЗДНЫХ СКОПЛЕНИЙ. ЧАСТЬ 2

Смольский И.И. (д.ф.-м.н., проф.)

Институт криосферы Земли, ТюмНЦ СО РАН, Федеральный
Исследовательский Центр, г. Тюмень, РФ; jmulsky@mail.ru

Аннотация. В результате решения задачи гравитационного взаимодействия N тел исследована эволюция 15-слойной структуры. Рассмотрены процессы объединения тел в созвездия внутри шарового скопления и рассмотрены относительные движения в них. Эти исследования выполнены в безразмерном виде. В результате масштабного перехода результаты пересчитаны к условиям шаровых скоплений. Дополнительно рассмотрены структуры с 24-я и 34-я слоями. Определены периоды вращения и температуры слившихся звёзд. Уделено внимание уменьшению массы центрального тела в рассмотренных моделях шаровых скоплений. С этой целью использованы многослойные модели центрального тела. Они позволяют уменьшить массу центрального тела на 1-2 порядка.

Ключевые слова: задача N тел, решение, шаровые звездные скопления, свойства

1. ВВЕДЕНИЕ

В первой части статьи [6] рассмотрен алгоритм и программа построения многослойных моделей шаровых звездных скоплений. Исследована эволюция 5- и 10-слойных структур. Рассмотрены траектории движения тел, их столкновения и слияния. Далее исследуется эволюция 15-слойной структуры. Результаты этих исследований выполнены в безразмерном виде. Осуществляется масштабный переход к условиям шаровых скоплений. Рассмотрены в размерном виде характеристики и свойства исследованных моделей шаровых скоплений.

2. ЭВОЛЮЦИЯ 15-СЛОЙНОЙ СТРУКТУРЫ

2.1. Общие изменения. В связи с тем, что с увеличением количества тел время расчета эволюции структуры становится чрезмерно большим, 15-слойная структура была создана с меньшим начальным количеством тел в первом слое, а именно $N_{3,1} = 49$. В этом случае абсолютная масса периферийного тела была в 2.02 раза больше, чем в предыдущих структурах. Эта структура, созданная в файле MS15c49b.dat, представлена на рис. 1а. Все тесные сближения в самопересечениях линии образования устранены изменением количества тел в соответствии с (21) в [6]. Количество тел в слоях изменяется от 47 в первом слое до 733 в 15-ом слое, полуоси от $a_1 = 0.0118$ – до $a_{15} = 0.1573$, периоды от $P_1 = 0.0100$ до $P_{15} = 0.3916$. Общее количество тел $N = 5866$.

После 77.9 обращений тел первого слоя, т.е. при $T = 0.779$ вид структуры представлен на рис. 1б. К моменту $T = 0.2$ еще сохраняются элементы первоначальной организации структуры, к моменту $T = 0.3$ они полностью исчезают. К моменту $T = 0.4$ структура приобретает вид, который дальше практически не изменяется. Разброс расстояний тел на рис. 1в ограничен 50 радиусами первого слоя. Около 20 тел выброшено на большее расстояние, наибольшее из которых равно $r_{r1} = 168$ для тела 5336.

К моменту $T = 0.779$ было 164 столкновения. При этом образовалось 120 тел двойной массы, 17 тел – тройной, и 2 тела – четверной. Кроме того, было 4 столкновения с центральным телом.

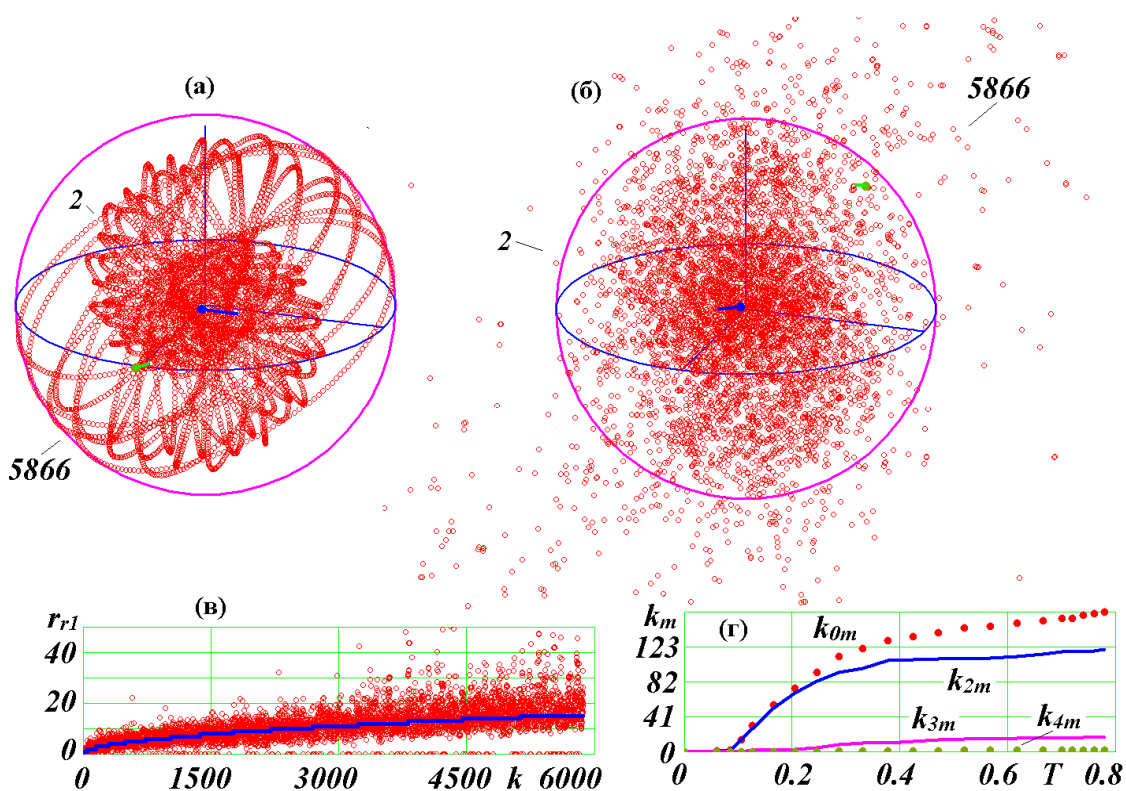


Рис. 1. Пятнадцатислойная структура MS15c49b.dat и ее эволюция. Вид (б) – в момент $T = 0.779$. На виде (в) линиями показаны расстояния тел r_{r1} от центра масс в момент $T = 0$. На виде (г) показана динамика столкновений: k_{0m} – количество столкновений; k_{2m} , k_{3m} и k_{4m} – количество образовавшихся тел с массой равной $2m_1$; $3m_1$ и $4m_1$, соответственно.

Динамика количества столкновений представлена на рис. 1г. Для интервала $T = 0.085 \div 0.286$ скорость количества столкновений была $v_{imp} = 547$ столкновений на 100 обращений тела первого слоя, а на втором $T = 0.378 \div 0.779$ средняя скорость $v_{imp} = 85$. Таким образом, на втором участке скорость уменьшилась в 6.4 раза.

При сравнении с 10-слойной структурой скорость на втором участке 15-слойной структуры в 1.23 раза больше. Скорость, приходящаяся на одно тело $v_{imp1} = 1.45 \cdot 10^{-2}$, также больше в 1.14 раза.

2.2. Траектории отдельных тел. На рис. 2 представлены траектории центрального тела 1, тела первого слоя 25, тела 7-ого слоя 1325 и тела 15-ого слоя 5660. Эти расчеты выполнялись на интервале $T = 0.597 \div 0.853$ с шагом $dT = 1 \cdot 10^{-7}$. Траектория центрального тела 1 (рис. 2а) является нерегулярной и находится в области расстояний от центра масс $r < 0.003$.

Орбита тела 25 непрерывно изменяется в пространстве. Её эксцентриситет также изменяется: до $T = 0.77$ уменьшается, а далее увеличивается. Среднее значение эксцентриситета $e = 0.69$. Период претерпевает аналогичные изменения, а в среднем он равняется $0.83P_1$, где $P_1 = 0.01$ – исходный период. После $T = 0.77$ происходит

существенное изменение плоскости орбиты (рис. 2в), возрастает её эксцентриситет, период, а также увеличивается её изменение в пространстве.

Орбита тела 1325 (рис. 2б) является эллипсом с эксцентриситетом $e = 0.408$. Полуось орбиты в 1.1 раз превышает $a_7 = 0.073$, где a_7 – полуось исходной орбиты, а период в 0.95 раз меньше $P_7 = 0.1645$. Как следует из рис. 2б и рис. 2г, орбита существенно изменяется в течение одного обращения.

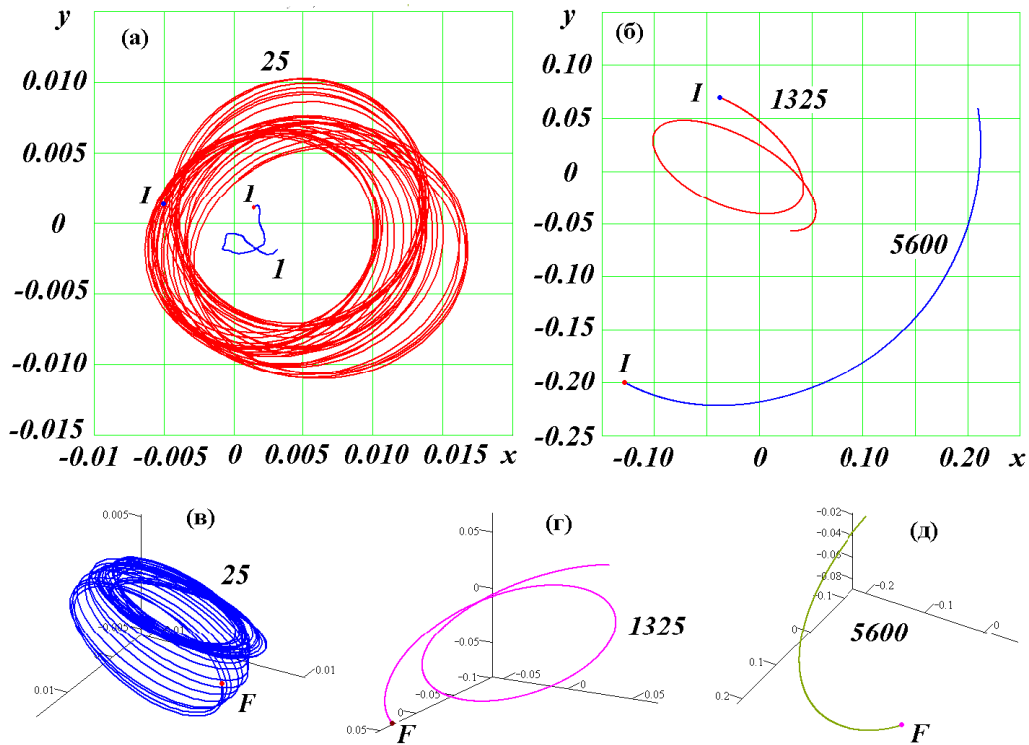


Рис. 2. Траектории центрального тела 1 и периферийных тел 25, 1325 и 5600 в конечный период ($T = 0.597 \div 0.853$) эволюции структуры MS15c99b.dat (а, б): на видах в, г и д – трехмерные изображения траекторий; I и F – начальная и конечная точки траекторий.

Орбита тела 5600 на рис. 2б и рис. 2д представлена частью, меньшей половины обращения тела вокруг центра масс. Расстояние тела от центра равно $r = 0.238$ и практически не изменяется. Небольшая её эллиптичность на рис.13б обусловлена наклоном орбиты к плоскости $xу$, как это видно из рис. 2д. Расстояние r составляет 1.5 a_{15} , поэтому период обращения тела 5600 больше исходного периода $P_{15} = 0.3916$.

Как уже отмечалось, расстояние r_{r-1} примерно для 20 тел было вне пределов рис. 1в. Для большей части этих тел по алгоритму (29) – (36) в [6] были определены виды траекторий. У тел 5336, 543, 264, 5146, отдаленные на расстояния $r_{r-1} = 168, 125, 115, 107$, соответственно, траектории были гиперболами, т.е. они выбрасываются из структуры. Всего было выброшено 6 тел. При этом у двух тел 5146 и 264 эксцентриситеты были 1.045 и 1.0098, соответственно, т.е. близки к 1, что характеризует параболическую орбиту. У тела 5594, отдаленного на $r_{r-1} = 94$ орбита была эллипсом с эксцентриситетом $e = 0.894$. Остальные отдаленные тела также имеют эллиптические орбиты.

2.3. Сближения удаленного тела. Были исследованы сближения наиболее удаленного тела 5336 с другими телами (рис. 3). На первом участке $T = 0.184 \div 0.193$

(вид а) оно вначале близко проходит у тела 5335, а затем начинается его сближение с телом 5333. В момент $T = 0.1854$ расстояние между телами R_{ik} становится равным $4.05 \cdot 10^{-6}$, что составляет 2.15 радиуса тела R_1 , т.е. расстояние между их поверхностями равно $0.15 \cdot R_1$. При этом скорости тел увеличиваются до $v = 5.53$ у тела 5336 и $v = 5.37$ – у тела 5333. В начальный момент времени $T = 0$ скорости этих тел были равны 2.53. После сближения тела удаляются друг от друга и их скорости в конечный момент $T = 0.779$ уменьшаются до $v = 2.77$ и 1.87, соответственно.

На конечном участке $T = 0.75 \div 0.85$ видно, что тело 5336 непрерывно удаляется от тела 5146, которое также по гиперболической орбите удаляется от структуры.

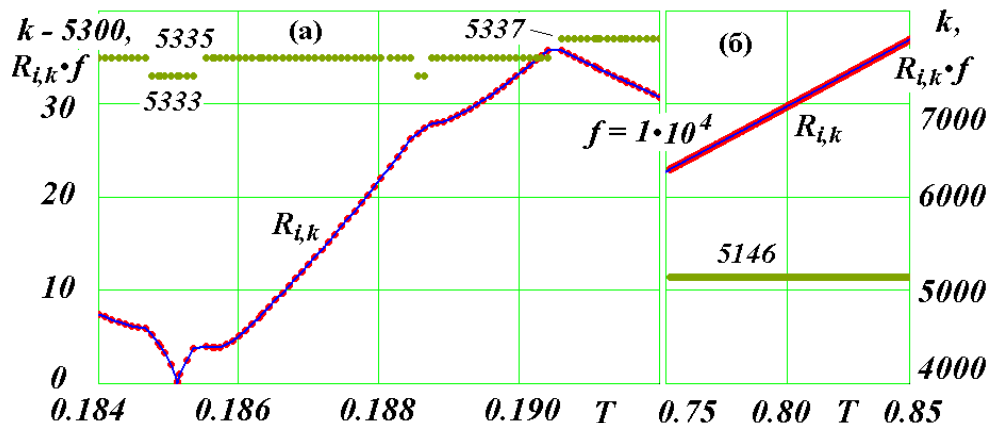


Рис. 3. График сближений тела $i = 5336$ с телами k на расстояние $R_{i,k}$ за количество шагов интегрирования $K13 = 400$ с переменным шагом ($K14 = 3$) на первом интервале $T = 0.184 \div 0.193$ (а) и на втором участке $T = 0.75 \div 0.85$ (б). Безразмерное расстояние $R_{i,k}$ на графике увеличено в $f = 1 \cdot 10^4$ раз, а номер тел k на виде (а) уменьшен на 5300.

Расстояние между ними увеличивается со средней скоростью 1.38 почти по линейному закону. Тела движутся примерно в одном и том же направлении: угол между их скоростями равен 8.27° .

Что касается тела 5333, то после удаления от тела 5336 скорость его, как уже отмечалось, уменьшилась более существенно, и его движение проходит по эллиптической орбите с эксцентриситетом $e = 0.597$. В момент $T = 0.779$ оно находится на расстоянии $r_{r1} = 13.87$.

Итак, выброс тела 5336 произошел из-за его ускорения при сближении с телом 5333 на расстояние $r = 2.15R_1$.

3. ОБЩИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СТРУКТУР

3.1. Профили скорости. На рис. 4а и рис. 4б точками показаны профили скорости пятислойной структуры MS05c99e.dat в конечный момент времени $T = 1.96$, а линиями – в $T = 0$. На рис. 4а скорости v показаны в зависимости от номеров тел k , а на рис. 4б – в зависимости от относительного радиуса $r_{rN2} = r/r_{N2}$. В начальный момент времени $T = 0$ отрезками линий отмечены скорости в пяти слоях (рис. 4а). Они ступенчато уменьшаются от первого слоя до последнего пятого слоя. После взаимодействия тел в течение 196 обращений тел первого слоя распределение скоростей уже не имеет первоначальной ступенчатости. Скорости распределились вокруг первоначального профиля скорости. При этом большая часть скоростей сохраняет первоначальную тенденцию уменьшения величины скорости с увеличением номера тела k .

Нулевые значения скоростей на горизонтальной оси отмечают тела, которые слились с другими и их номера удалены из структуры. Наибольшую скорость $v = 14.33$ имеет тело 76, которое удалено от центра масс на расстояние $r_{rN2} = 0.082$, или $r_{r1} = 0.41$, т.е. оно находится вблизи центрального тела. Всего имеется 8 тел, скорости которых превышают пределы графика $v = 12$.

Распределение скорости по расстояниям тел r_{rN2} (рис. 4б) имеет более компактный вид. На участке $r_{rN2} \leq 1$ скорости тел равномерно распределены вокруг начального профиля, представленного отрезками. Рассмотрим причины отклонения скоростей от начального профиля. Вначале орбиты являются окружностями, затем они становятся эллипсами. В перигентрах орбит тела имеют большие скорости, а в апоцентрах – меньшие. Кроме того, у части тел полуоси орбит становятся меньше, а скорости – больше. У другой части тел, наоборот, полуоси возрастают, а скорости – уменьшаются. По этим двум причинам появляются разброс скорости относительно начального профиля. Как видно, действие этих двух причин симметрично относительно него.

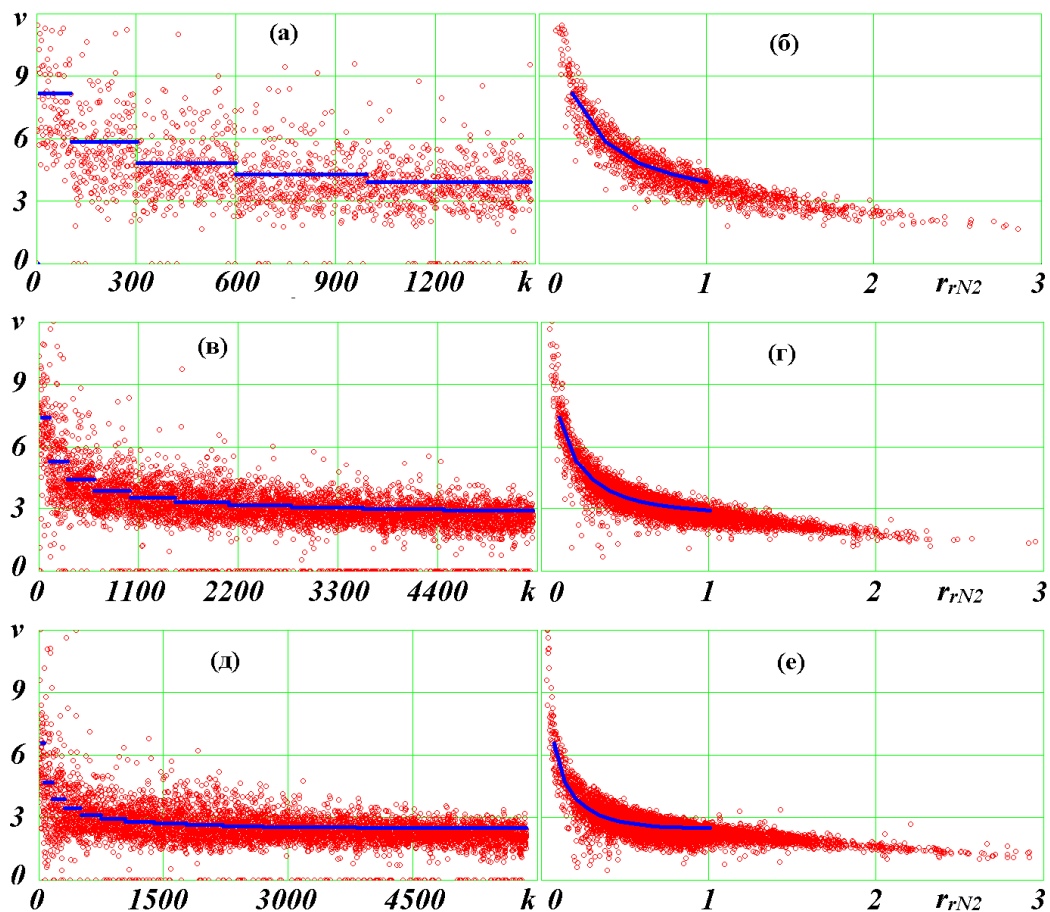


Рис. 4. Распределения скоростей тел v по их номерам k и по их относительным расстояниям от центра масс r_{rN2} для структур из 5-и (а, б) 10-и (в, г) 15-и (д, е) слоев.

Скорость тел в начальный момент согласно (12) – (13) в [6] равна

$$v = \sqrt{v_r^2 + v_t^2} = v_p \sqrt{2\alpha_1(1 - R_p/r) + 1}, \tag{1}$$

где a_1 , v_p , R_p определяются зависимостями (4) – (9) в [6]. Формула (1) для круговых орбит $r = R_p$ дает скорости тел в начальный момент. А для произвольных расстояний r – для всех тел. Вышеотмеченные параметры зависят от массы тел, находящихся внутри радиуса r , а также от количества тел и их массы на радиусе r (см. формулы (6) и (7) в [6]). Поэтому выражение (1) можно использовать для оценки масс звезд в шаровых скоплениях по их скоростям.

Вне расстояний графика на рис. 4б находится только одно тело 1434 с $r_{rN2} = 3.14$. Его скорость $v = 1.572$ ложится на ту же зависимость $v(r_{rN2})$, что и для других тел при расстояниях r_{rN2} близких к 3.

Распределения скоростей десятислойной структуры по номерам тел (рис. 4в) имеет более компактный вид, чем для пятислойной. Скорости более равномерно распределены вокруг начального профиля для слоев от 1 до 8. Распределение скоростей по расстояниям (рис. 4г) также более компактное по сравнению с распределением по номерам тел. Наибольшую скорость $v = 17.7$ имеет тело, находящееся на расстоянии $r_{rN2} = 0.0227$, или $r_{r1} = 0.227$, т.е. это тело находится почти в два раза ближе к центру, чем в пятислойной структуре. Всего 4 тела превышают пределы скорости на графике. Пределы графика по расстояниям превышают 30 тел, с наибольшим $r_{rN2} = 60$ у тела 1575. Его скорость $v = 9.735$ не ложится на зависимость $v(r_{rN2})$ для расстояний близких к 3. Начиная с $r_{rN2} = 6$, тела имеют возрастающий профиль скорости. Его можно представить усредненной зависимостью

$$v = -0.526 + 0.171 \cdot r_{rN2} \quad \text{при} \quad r_{rN2} > 6. \quad (2)$$

Эти тела по гиперболическим орбитам покидают структуру.

У 15-слойной структуры еще более компактное распределение тел по их номерам (рис. 4д). Оно сохраняется до 14 слоя. Скорости более равномерно распределены вокруг начального профиля скорости.

Также более компактным является распределение скоростей по расстояниям (рис. 4е). Однако середина распределения заметно отклоняется от исходного профиля скорости в области последних его слоев. Это отличие уже наблюдается для 10-слойной структуры на рис. 4г. В 15-слойной структуре наибольшую скорость $v = 16.9$ имеет тело, находящееся на расстоянии $r_{rN2} = 0.022$, или $r_{r1} = 0.33$. Всего два тела превышают пределы скорости на графике. Пределы графика по расстоянию превышают около 30 тел с наибольшим $r_{rN2} = 11.2$ у тела 5336. Его скорость $v = 2.763$. Начиная с $r_{rN2} = 4.4$, устанавливается возрастающий профиль скорости

$$v = -0.964 + 0.333 \cdot r_{rN2} \quad \text{при} \quad r_{rN2} > 4.4 \quad (3)$$

Представленные на рис. 4 профили скорости для разных структур в зависимости от номеров тел и в зависимости от их расстояний подобны, однако они отличаются количественными характеристиками. Эти количественные отличия видны по формулам (2) - (3) для восходящих участков профилей скорости. Из анализа профилей скорости по номерам тел в начальный момент времени (рис. 4 а, в, д) видно, что с увеличением количества слоев разность скорости между слоями уменьшается, и профиль v асимптотически приближается к горизонтали. Более того, в 14-ом слое (рис. 4д) скорость становится минимальной $v = 2.524$, а в 15-ом уже увеличивается. Это

увеличение скорости тел прослеживается и в профиле скорости по расстояниям (рис. 4е) при $r_{rN2} \approx 1$ для конечного момента времени $T = 0.779$.

С целью выяснения характера скорости при большом числе слоев были созданы структуры MS24c99b.dat с 24 слоями (рис. 5в) и MS34c49b.dat с 34 слоями (рис. 5г). Они имеют примерно одинаковое количество тел: $N = 29701$ и 29156 , соответственно. В первой структуре количество тел в первом слое $N_{3,1} = 99$, а во второй – $N_{3,1} = 49$. Поэтому во второй структуре на 10 слоев больше при примерно одинаковом количестве тел N .

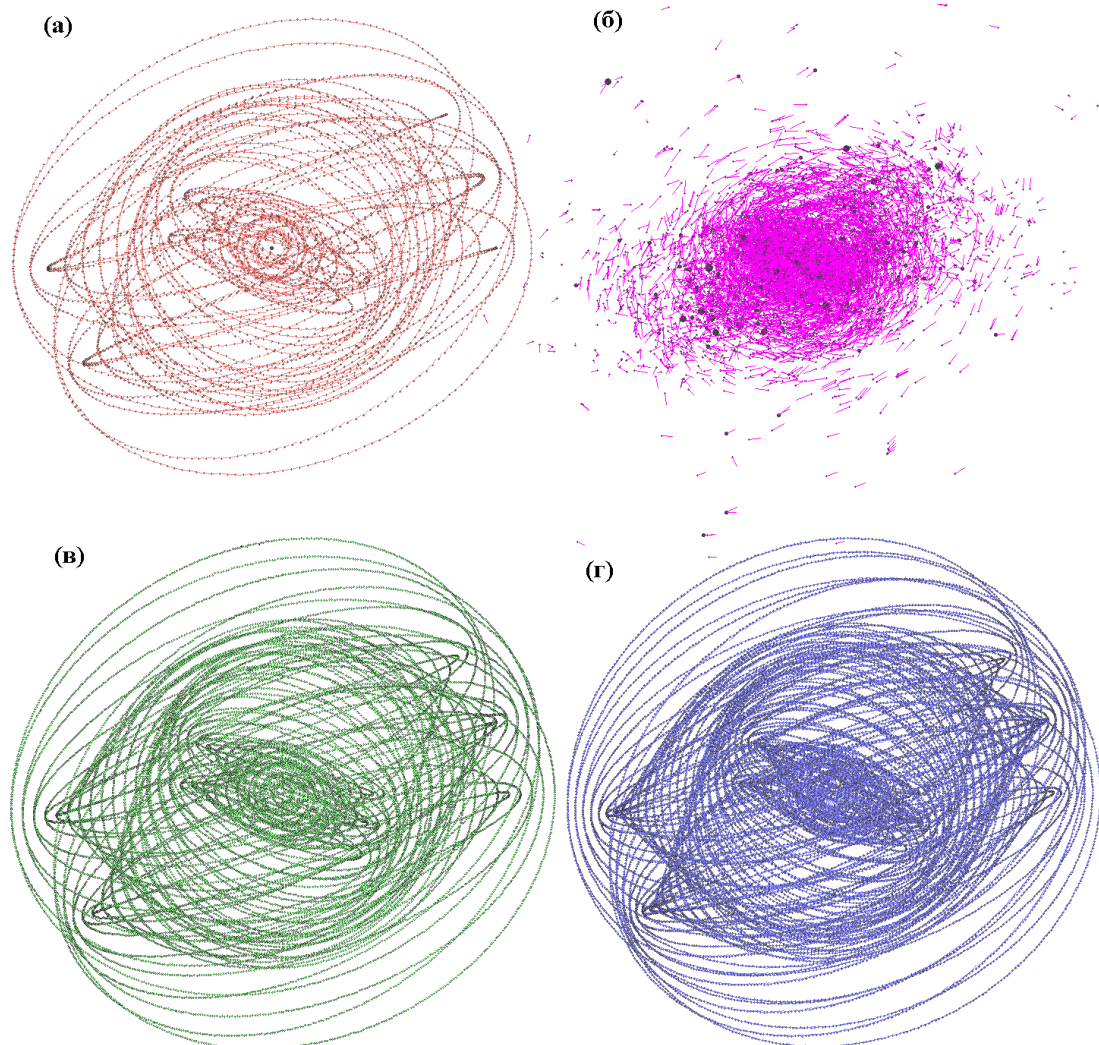


Рис. 5. Многослойные структуры в проекциях на горизонтальную плоскость xu при изображении программой *Galactica*: а, б – MS15c49b; в – MS24c99b; г – MS34c49b. На виде б показана 15-слойная структура в момент $T = 0.779$ в уменьшенном в два раза масштабе: отрезки пропорциональны скоростям, а точки – массам.

На рис. 5 изображения структур получены с помощью программы *Galactica*. Они являются проекциями на плоскость xu структур, предварительно повернутых вокруг оси x на угол 20° . Тела в структурах показаны точками, а вектора скорости – отрезками. Чтобы не затенять изображения тел в 24-слойной и 34-слойной структурах, вектора скорости уменьшены. Сгущения точек в этих структурах происходит в слоях, средние плоскости которых совпадают с линией зрения. В 15-слойной структуре в конечный момент времени $T = 0.779$ (рис. 5б) увеличенными точками представлены тела с

большими массами. Так как на графиках показаны проекции скоростей, то малая величина отрезков может быть у тел, скорость которых близка к перпендикуляру к плоскости $xу$. Совокупности тел с близкими по направлению скоростями могут быть созвездиями.

Все структуры на рис. 5 получены с индексом $\text{In}x = 1$, т.е. все слои в них равномерно повернуты вокруг оси x . Как видно из изображений структур, с увеличением количества слоев форма структуры приближается к сфере: последняя структура (рис. 5г) от сферы практически не отличается.

При анализе профилей скорости этих структур выяснилось, что они подобны, и их можно обобщить в виде, представленном на рис. 6. По вертикальной оси отложена скорость тел v_{r1} . Это – скорость, отнесенная к максимальной скорости, т.е. к скорости в 1-ом слое v_1 . А по горизонтальной оси – расстояние тел r_{r1} , отнесенное к полуоси a_1 первого слоя. Номерами 1, 2 и 3 отмечены профили скорости 15-, 24- и 36-слойных структур. Все они ложатся на общую зависимость. Этой зависимостью определяются также профили скорости 5-слойной и 10-слойной структур. На рис. 6 они не показаны.

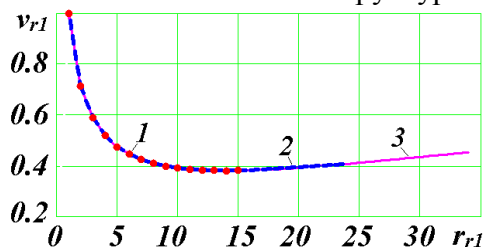


Рис. 6. Обобщенный профиль скорости в начальный момент времени для многослойных структур: 1 – MS15c49b, 2 – MS24c99b и 3 – MS34c49b.

Орбиты всех тел в рассматриваемых структурах являются окружностями, поэтому их скорости определяются выражением (9) в [6], в котором нужно положить $r = R_p$ и $v = v_p$. Из (9) в [6] следует, что скорость v обратно пропорциональна \sqrt{r} и, согласно (6) и (16) в [6], пропорциональна \sqrt{m} , где m – масса тел, находящихся внутри сферы радиусом r . Поэтому с увеличением r происходит уменьшение скорости до тех пор, пока масса тел не возрастает настолько, что её влияние окажется преобладающим.

На восходящем участке рис. 6 скорость изменяется нелинейно, а среднее ее изменение происходит по закону:

$$v_{r1} = 0.333 + 3.582 \cdot 10^{-3} r_{r1} \quad \text{при } r_{r1} > 14. \quad (4)$$

Для представленных на рис. 6 структур 1, 2 и 3 $v_1 = 6.590$, 5.396 и 4.485 , соответственно. Эти скорости приведены в безразмерном виде. Они изменяются за счет того, что размерные скорости умножаются на коэффициент скорости k_v , который в соответствии с (26)-(27) в [6] определяется так:

$$k_v = 1/(A_m k_l), \quad (5)$$

Приведенные величины v_1 изменяются пропорционально k_v . Отсюда следует, что обобщенный профиль скорости на рис. 6 справедлив и в размерном виде.

3.2. Моменты количества движения. Моменты количества движения пяти структур, от 5-слойной MS05c99b до 34-слойной MS34c49b, приведены в табл. 1 для начального момента времени $T = 0$. Эту величину еще называют кинетическим моментом. В таблице представлены проекции кинетического момента M_x , M_y и M_z на

оси координат x, y, z , а также абсолютная величина M . По этим проекциям рассчитан угол β_3 между вектором кинетического момента \vec{M} и осью z так:

$$\beta_3 = \text{arctg} \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2}}{M}. \quad (6)$$

Кроме того, приведен суммарный орбитальный момент всех тел M_{us} , если бы их орбиты находились в одной плоскости. Для круговых орбит он определяется так:

$$M_{us} = \sum_{i=1}^N m_i v_i r_i. \quad (7)$$

Орбитальные моменты тел по слоям изменяются. Например, для 34-слойной структуры кинетический момент центрального тела – $2.19 \cdot 10^{-33}$, для тела первого слоя – $9.41 \cdot 10^{-7}$ и для тела 34-ого слоя – $1.46 \cdot 10^{-5}$. Следует отметить, что наличие кинетического момента у центрального тела обусловлено его отклонением от центра масс структуры.

Таблица 1. Орбитальные (M_x, M_y, M_z, M, M_{us}) (а) и вращательные ($S_{sx}, S_{sy}, S_{sz}, S_s$) (б) моменты количества движения многослойных структур

(а)

Структуры	Орбитальные моменты количества движения							
	T	M_x	M_y	M_z	M	β_3	M_{us}	M/M_{us}
MS05c99b	0	$8.690 \cdot 10^{-3}$	$2.295 \cdot 10^{-4}$	0.02459	0.02608	19.5°	0.02766	0.9428
MS10c99b	0	0.02944	-0.03525	$-3.230 \cdot 10^{-3}$	0.04603	94.0°	0.09365	0.4915
MS15c49b	0	0.04884	-0.06214	$4.176 \cdot 10^{-3}$	0.07915	87.0°	0.1554	0.5092
MS24c99b	0	0.07142	-0.09615	0.01974	0.12139	80.6	0.2273	0.5341
MS34c49b	0	0.08392	-0.1167	0.03297	0.14747	77.1	0.2670	0.5523

(б)

Структуры	Вращательные моменты количества движения (спины)						
	T	S_{sx}	S_{sy}	S_{sz}	S_s	β_3	S_s/M
MS05c99b	1.96	$3.741 \cdot 10^{-9}$	$-7.486 \cdot 10^{-9}$	$8.795 \cdot 10^{-9}$	$1.214 \cdot 10^{-8}$	43.6°	$4.655 \cdot 10^{-7}$
MS10c99b	0.815	$-1.036 \cdot 10^{-7}$	$-1.587 \cdot 10^{-7}$	$1.277 \cdot 10^{-7}$	$2.285 \cdot 10^{-7}$	56.0°	$4.964 \cdot 10^{-6}$
MS15c49b	0.779	$5.578 \cdot 10^{-8}$	$7.778 \cdot 10^{-7}$	$-4.633 \cdot 10^{-7}$	$9.070 \cdot 10^{-7}$	120.7°	$1.146 \cdot 10^{-5}$

Величины кинетических моментов M и M_{us} , как видно из табл. 1, увеличиваются с увеличением количества слоев в структурах. Например, величина M_{us} от 5-слойной структуры до 34-слойной возрастает почти в 10 раз. Проекции моментов M_x, M_y и M_z также изменяются в широких пределах, и могут быть как положительными, так и отрицательными. Наименее наклонен вектор кинетического момента \vec{M} к оси z у структуры MS05c99b: $\beta_3 = 19.5^\circ$. В этой структуре нет поворотов слоев вокруг оси x . А в каждом слое орбиты тел повернуты по одному и тому же алгоритму. Поэтому кинетический момент структуры $M = 0.02608$ мало отличается от орбитального момента всех тел M_{us} : их отношение равно 0.9428.

В остальных структурах слои равномерно повернуты вокруг оси x . Это привело к существенному изменению вектора \vec{M} . Так для структуры MS10c99b угол $\beta_3 = 94^\circ$, т.е. вектор \vec{M} практически лежит, в плоскости xu . Кроме того, он находится в южной полусфере. Поэтому суммарное обращение тел в структуре происходит по часовой стрелке. В других структурах суммарное обращение тел происходит против часовой стрелки.

Для 15-слойной структуры угол $\beta_3 = 87^\circ$, т.е. вектор кинетического момента \vec{M} находится еще ближе к плоскости xu , но в северном полушарии. Поэтому суммарное обращение тел происходит против часовой стрелки. В этих двух структурах отношение моментов M/M_{us} близко к 0.5. В структурах с большим количеством слоев это отношение немного возрастает, а угол β_3 уменьшается, т.е. \vec{M} удаляется от плоскости xu .

В табл. 1 величины кинетического момента приведены для начального момента времени. Самое большое относительное изменение кинетического момента в конечный момент времени $\delta M_z = 5.8 \cdot 10^{-5}$ было для структуры MS15c49b. Это означает, что величины моментов по 4 значащую цифру – неизменны. Поэтому приведенные в табл. 1 значения кинетического момента справедливы и для других моментов времени.

3.3. Вращательные моменты тел и их тепловые энергии. На рис. 11 в [6] было рассмотрено изменение спинов тела и его тепловой энергии при последовательном присоединении к нему других тел. Рассмотрим спины и тепловые энергии всех тел в окончательной стадии формирования структуры.

На рис. 7а представлены проекции спинов S_{px}, S_{py}, S_{pz} и их тепловой энергии E_t для всех слившихся тел 5-слойной структуры в момент $T = 1.96$. По горизонтальной оси отложены номера слившихся тел i_u . Проекции спинов S_{px}, S_{py}, S_{pz} отмечены крестиком, ромбиком и квадратиком, соответственно, а тепловые энергии – прямыми отрезками тонкой линии с изломами в номерах тел. Точки изломов и символы проекций спинов, лежащих на одну вертикаль с номером i_u , принадлежат телу i_u .

Всего имеется $N_u = 43$ слившихся тел. Проекции спинов (рис. 7а) изменяются в широких диапазонах, и из графиков не видно преобладающего направления. Модуль спинов S_p изменяется от минимального значения $2.86 \cdot 10^{-10}$ до максимального $2.71 \cdot 10^{-9}$, т.е. практически на порядок. Среднее значение модуля спина $S_{ppm} = 1.21 \cdot 10^{-9}$ приведено пунктирной линией на графике.

Суммарное значение момента количества вращательного движения всей 5-слойной структуры, т.е. её спина, приведено в табл. 1б в виде проекций S_{sx}, S_{sy}, S_{sz} . Модуль суммарного спина $S_s = 1.21 \cdot 10^{-8}$, т.е. он ровно в 10 раз больше среднего спина отдельного тела S_{sm} . Однако всего имеется N_u тел, поэтому отношение суммарного спина к сумме спинов отдельных тел $S_s/(N_u \cdot S_{ppm}) = 0.23$. Таким образом, на 77% спины отдельных тел компенсируют друг друга.

Как видно из табл. 1, суммарный спин системы наклонен к оси z на угол $\beta_3 = 43.6^\circ$, в то время как кинетический момент системы \vec{M} имеет угол наклона $\beta_3 = 19.5^\circ$. Отношение этих моментов равно $4.66 \cdot 10^{-7}$, т.е. вращательный момент составляет малую долю орбитального момента количества движения.

Тепловые энергии E_t тел на рис. 7 уменьшены с коэффициентом $f = 1 \cdot 10^{-6}$. Для 5-слойной структуры они изменяются от минимального значения $5.85 \cdot 10^{-5}$ до максимального $3.24 \cdot 10^{-3}$, т.е. в 55 раз. Среднее значение тепловой энергии одного тела $E_{tm} = 1.08 \cdot 10^{-3}$, а тепловая энергия всех тел $E_{ts} = 0.0466$.

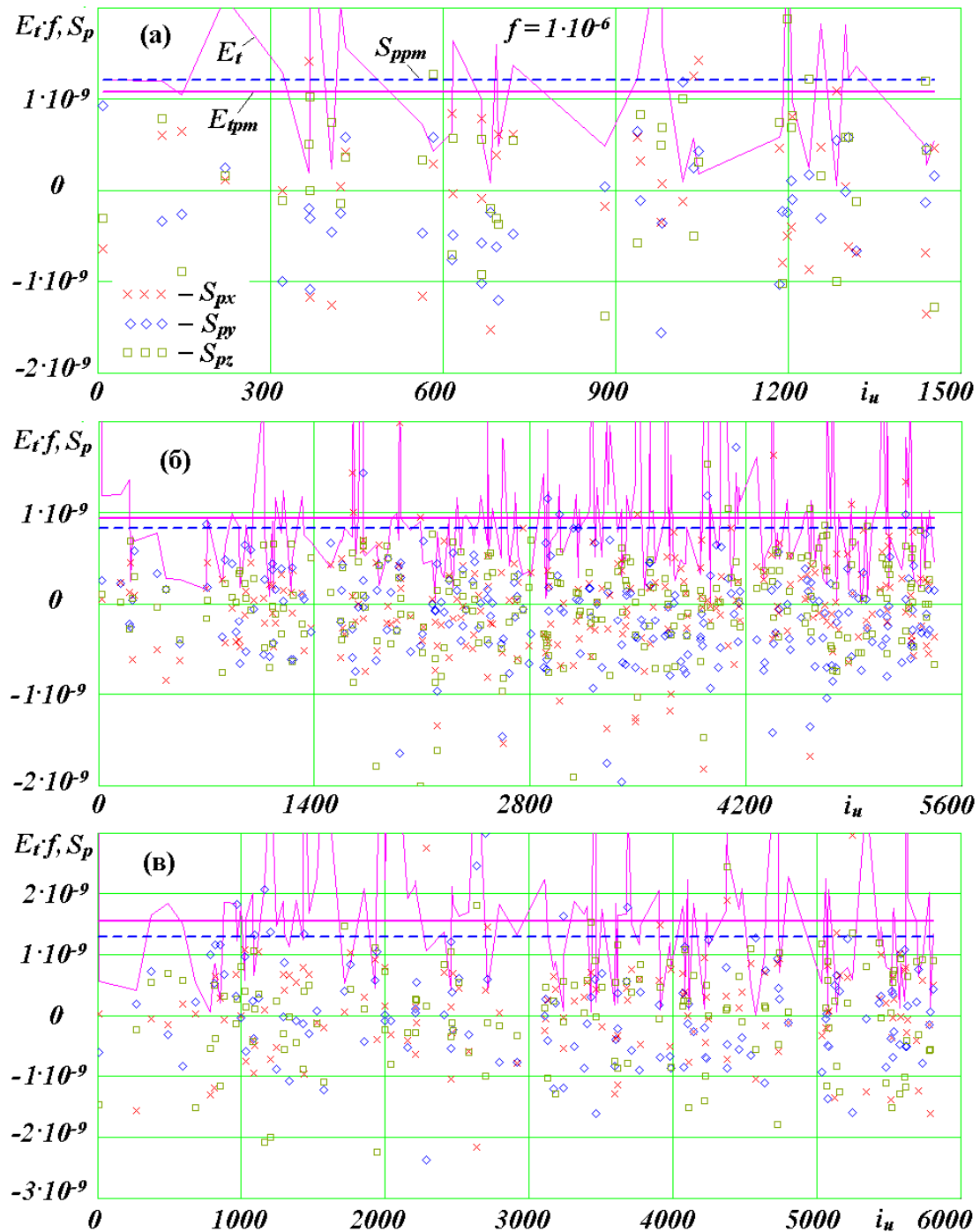


Рис. 7. Изменение тепловых энергий E_i и спинов S_p в зависимости от номеров слившихся тел i_u в трех структурах MS05c99e (а), MS10c99b (б) и MS15c49b (в): E_i – тепловая энергия; E_{ipm} – средняя тепловая энергия периферийного тела; $f = 1 \cdot 10^{-6}$ – множитель; S_{px} , S_{py} , S_{pz} – проекции спинов; S_{ppm} – модуль среднего спина периферийного тела.

В 10-слойной структуре (рис. 7б) всего имеется $N_u = 248$ слившихся тел. В ней было одно слияние с центральным телом, поэтому будем рассматривать параметры столкновений периферийных тел без центрального тела. Спины этих тел изменяются от $2.80 \cdot 10^{-11}$ до $6.39 \cdot 10^{-9}$ при среднем значении $S_{ppm} = 8.287 \cdot 10^{-10}$. На рис. 7б оно показано пунктирной линией. Из графиков проекций спина также не видно преобладающего его направления.

Спин центрального тела $S_{p1} = 2.13 \cdot 10^{-7}$ превышает средний спин периферийного тела в 257 раз. А суммарный спин системы (табл. 1б) $S_s = 2.29 \cdot 10^{-7}$. Поэтому проекции спина центрального тела определяют направление всего спина \vec{S}_s системы. Он составляет угол $\beta_3 = 56^\circ$ с осью z , в то время как вектор орбитального момента наклонен к этой оси на угол $\beta_3 = 94^\circ$. В данном случае, если смотреть из конца оси z на плоскость $xу$, то суммарное орбитальное движение происходит по часовой стрелке, а суммарное вращательное – против часовой стрелки.

Тепловая энергия периферийных тел изменяется от $5.46 \cdot 10^{-6}$ до $6.45 \cdot 10^{-3}$, т.е. в 1180 раз, при средней тепловой энергии тела $E_{ipm} = 9.44 \cdot 10^{-4}$. Тепловая энергия центрального тела $E_{t1} = 0.762$, а всех тел $E_{ts} = 0.995$. Таким образом, центральное тело дает основной вклад в тепловую энергию системы.

В 15-слойной структуре имеется $N_u = 140$ слившихся тел (рис. 7в). Здесь с центральным телом слились 4 тела. Модули спинов периферийных тел изменяются от $1.73 \cdot 10^{-10}$ до $3.75 \cdot 10^{-9}$ при среднем значении $S_{ppm} = 1.29 \cdot 10^{-9}$. Величина S_{ppm} показана на рис. 7в пунктирной линией.

Спин центрального тела $S_{p1} = 8.99 \cdot 10^{-7}$, т.е. превышает спин периферийного тела в 696 раз. А суммарный спин системы (табл. 1б) $S_s = 9.07 \cdot 10^{-7}$, т.е. практически полностью обусловлен центральным телом. Вектор суммарного спина, а, следовательно, и центрального тела составляет с осью z угол $b_3 = 120.7^\circ$. Таким образом, суммарное вращательное движение по отношению к оси z происходит по часовой стрелке, а суммарное орбитальное движение с углом $b_3 = 87^\circ$ происходит практически в вертикальной плоскости. Отношение суммарного спина к суммарному кинетическому моменту равно $1.15 \cdot 10^{-5}$ (табл. 1б).

Тепловая энергия периферийных тел изменяется от $2.25 \cdot 10^{-5}$ до $6.46 \cdot 10^{-3}$ при среднем её значении $E_{ipm} = 1.56 \cdot 10^{-3}$. Тепловая энергия центрального тела $E_{t1} = 0.149$, а всех тел – $E_{ts} = 0.366$. Энергия E_{t1} в 5 раз меньше по сравнению с тепловой энергией центрального тела в 10-слойной структуре, несмотря на то, что здесь было 4 столкновения с центральным телом. Это свидетельствует о том, что в 10-слойной структуре столкновение происходило при большей скорости периферийного тела. В ней спин центрального тела в 4 раза меньше чем в 15-слойной структуре. Это свидетельствует о том, что в первой структуре столкновение было более прямым, а во второй столкновения были ближе к касательным.

3.4. Созвездия в структурах. На видах структур в конечный момент времени (рис. 4, рис. 7 в [6] и рис. 1) имеется близкое расположение тел друг другу для двух, трех и более тел. Часть этих расположений может быть обусловлено совпадением их визуальных линий при достаточно большом расстоянии между телами. Другая часть может быть обусловлено кратковременным их сближением. Однако могут быть и такие случаи, когда тела образовали устойчивые ассоциации, то есть созвездия. С целью выявления созвездий по данным выходных файлов системы Galactica была разработана программа Constns.for. В выходном файле системы Galactica имеются координаты тел для момента T . Выходные файлы выдаются через заданное число шагов интегрирования K13. Программа Constns.for определяет количество тел с номерами i , для которых имеются тела с номерами k , находящиеся от тела i на расстоянии $R_{ik} \leq d_{max}$. Каждому телу i может быть найдено до 6 тел с номерами k с их расстояниями R_{ik} . А количество всех близких тел k определяется без ограничения, но при этом их номера и расстояния R_{ik} не сохраняются.

На рис. 8а представлены результаты расчетов по этой программе для десятистойной структуры для конечного момента времени $T = 0.815$ при $d_{max} = 0.003$. Это значение d_{max} соответствует расстояние между телами на линии их расположения момент $T = 0$ (рис. 7а в [6]). Чтобы выбрать это расстояние, по рис. 7б в [6] были замерены расстояния между рядом близко расположенных тел. Оно оказалось близким к величине 0.003.

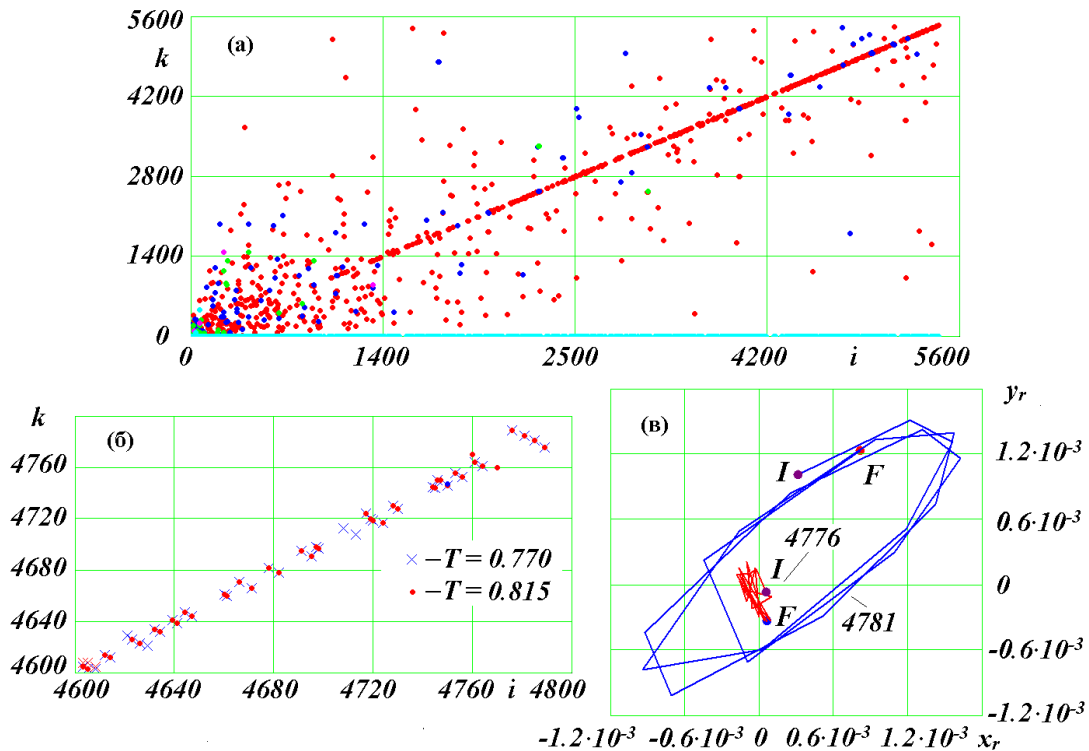


Рис. 8. Номера близких тел k у тел i (а, б) и относительные траектории в созвездиях (в) для десятистойной структуры MS10c99b.

По горизонтальной оси на рис. 8а отложены номера тел i , а по вертикальной номера тел k . Всего было найдено $N_{is} = 1032$ тел i из общего количества тел в структуре $N = 5451$. В случае наличия у тела i несколько близких тел k , это количество тел отмечается на графике количеством точек по вертикали у тела i . Наибольшее количество тел i имело по одному близкому телу, а наименьшее – по 5. Таких тел было 2.

Следует отметить, что число в $N_{is} = 1032$ входят все тела, имеющие к себе близкое тело. Поэтому, если у каждого тела будет по одному близкому телу, то созвездий будет $1032/2 = 516$, а если по два, то их будет $1032/3 = 344$ и т.д.

Из рис. 8а видно, что для тел, начиная с $i = 1000$, количество близких тел k концентрируется на диагональной линии. На 19б для тел $i = 4600 \div 4800$ график близких тел приведён в укрупненном масштабе. Точками показано расположение тел в момент $T = 0.815$. Из графика видно, что тела k на диагональной линии имеют близкие к телам i номера. Как уже отмечалось, определенные в момент $T = 0.815$ сближения тел могут быть случайными. Чтобы убедиться, что они не случайные, а соответствуют созвездиям, необходимо повторить эти расчёты для другого момента времени. Результаты расчётов для предшествующего момента времени $T = 0.770$ приведены символами "x". Большинство из них совпадает с точками для момента $T = 0.815$. Из 41 случаев нет совпадений только в трех случаях. Поэтому можно считать, что в 38

случаях близких расположений проявляются созвездия. Из 38 случаев три имеют отличия. У тела 4746 имеется близкое тело 4750, у тела 4747 имеется два близких тела: 4750 и 5409, а у тела 4750 – тоже два: 4746 и 4747. Эта ситуация подтвердилось и для $T = 0.770$. Поэтому тела 4746, 4747, 4750 и 5409 образуют созвездие из четырех тел.

Отсюда следует, что на участке $i = 4600 \div 4800$ имеется 17 созвездий из двух тел и одно – из четырех тел. Всего из 200 тел i на рис. 8б имеется 18 созвездий. Таким образом, можно оценить общее количество созвездий, как $18/200 = 0.09$ часть от общего количества тел. Тогда в десятислойной структуре будет $0.09 \cdot N = 491$ созвездие. Эта оценка близка к числу 516, оцененному ранее по количеству сближений с одним телом. Поэтому можно считать, что в структуре может образоваться количество созвездий до 9% от количества тел в ней.

Вышеотмеченное созвездие 4746-5409 из четырех тел 4746, 4747, 4750 и 5409 показано на рис 9. Его положение в момент времени $T = 0.770$ отмечено векторами скорости тел 4746 и 5409. Положение этого созвездия в конечный момент времени $T = 0.815$ также показано на рис. 7б в [6]. Видно, что за это время оно переместилось по сфере примерно на 90° .

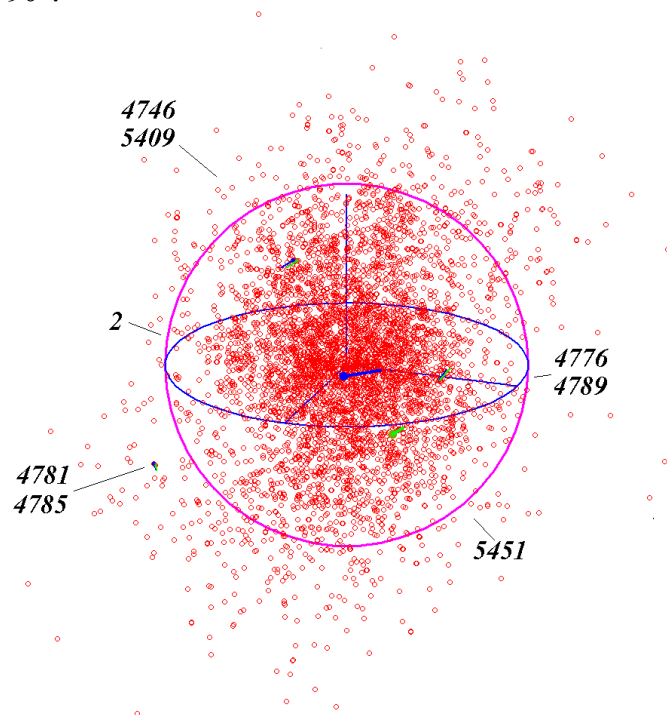


Рис. 9. Положение трех созвездий 4746-5409, 4776-4789 и 4781-4785 в десятислойной структуре MS10с99b в момент $T = 0.770$.

В этом созвездии тело 4747 имеет удвоенную массу, а остальные тела – по одной массе m_1 . При рассмотрении в большем масштабе видно, что тело 4747 находится в центре, а остальные тела окружают его.

Тела с массой $5m_1$ не образуют созвездий. Большинство созвездий создано с массами m_1 . На рис. 8а имеется 4 случая тел i с массой $4m_1$, 13 – с массой $3m_1$ и 76 случаев с массой $2m_1$. Количество созвездий с этими телами будет немного меньше, так как в одно созвездие может войти несколько таких тел.

В верхнем правом углу рис. 8б привлекают внимание четыре тела: 4776, 4781, 4785 и 4789, одно из которых, а именно, тела 4789, имеет удвоенную массу. Оказалось, что эти тела образуют две пары: 4776-4789 и 4781-4785. Как видно из рис. 9, в момент T

$= 0.770$ они находятся в разных местах 10-слойной структуры. По 20 точкам, начиная с момента $T = 0.7167$, были рассмотрены их относительной траектории: тела 4776 относительно тела 4789 и тела 4781 относительно тела 4785. На рис. 8в представлены относительные траектории этих тел, т.е. 4776 и 4781 в проекции на плоскость $xу$. Относительные координаты обозначены как x_r и y_r . От начальной точки I до конечной F тело 4781 совершает немного больше трех обращений вокруг тела 4789. Средний интервал между точками $\Delta T = 5.195 \cdot 10^{-3}$. Орбита тела 4781 представляет собой эллипс с полуосью $a = 1.69 \cdot 10^{-3}$ и эксцентриситетом $e = 0.255$. Период обращения по орбите $P = 0.0325$.

Орбита тела 4776, от начальной точки I до конечной F , представлена пересекающимися отрезками, т.к. период его обращения сопоставим с интервалом ΔT между точками. Орбитой этого тела является эллипс с осью $a = 3.12 \cdot 10^{-4}$ и эксцентриситетом $e = 0.513$. Период обращения тела 4776 определен с помощью формулы (8) в [6]. Он равняется $P = 3.15 \cdot 10^{-3}$, т.е. в 10 раз меньше периода обращения тела 4781. За рассмотренный интервал времени тело 4776 совершило 31 обращение вокруг тела 4789. Положение этих двух созвездий в момент времени $T = 0.770$ показано на рис. 9, а в конечный момент $T = 0.815$ – на рис 7б в [6]. Их перемещение по сфере за это время произошло на угол не больше 45° .

Были выполнены расчеты при увеличенном в два раза расстоянии $d_{max} = 6 \cdot 10^{-3}$. Для момента $T = 0.815$ было найдено 2650 тел i , которые сближаются на расстояние $d \leq d_{max}$ с другими телами k . При этом количество тел k достигло 19 для тела $i = 93$. Для момента $T = 0.770$ тел i было 2715 с наибольшим количеством тел k 17 для тела $i = 84$. Для этого случая выбранные первые несколько тел не подтвердились для момента $T = 0.815$. На интервале изменения тел $i = 4600 \div 4800$ (рис. 8б) отмеченные ранее случаи несовпадения в этом случае совпали. Таким образом, увеличение в два раза d_{max} позволяет выявлять созвездия с более удаленными телами и с большим их количеством.

Эти расчёты были также выполнены для 5-слойной и 15-слойной структур. Для пятислойной структуры, в конечный момент времени $T = 1.96$, при $d_{max} = 3.16 \cdot 10^{-3}$ было найдено 367 тел i , которые сближаются на расстояние $R_{ik} \leq d_{max}$ с другими телами k . Количество тел k достигало 5. Распределение тел на графике, аналогичном рис. 8а, было более равномерным, и отсутствовала концентрация тел по диагональной линии.

Для 15-слойной структуры при $d_{max} = 5.3 \cdot 10^{-3}$ в конечный момент $T = 0.780$ было найдено 1843 тела i , которые сближаются на расстояние $R_{ik} \leq d_{max}$ с другими телами k . Наибольшее количество тел k было 7. Распределение тел на графике, аналогичном рис. 8а, было также более равномерным, но с меньшей концентрацией тел у диагональной линии. Диагональная линия также прочерчивалась, но начиналось она после $i = 2000$.

4. МАСШТАБИРОВАНИЕ СТРУКТУР

4.1. Безразмерные параметры структур. Как уже отмечалось в [6], в программе MLSpStr2.for файлы структур с начальными условиями создаются в безразмерном виде с помощью параметров m_{ss} , A_m , и k_t [7]. В табл. 2 приведены безразмерные параметры структур. Количество тел N изменяется от 1488 до 29701, масса центрального тела m_0 – от 0.8683 до 0.1427, масса периферийного тела m_1 – от $9.332 \cdot 10^{-5}$ до $2.532 \cdot 10^{-5}$, радиус центрального тела Ra_0 – от $2.171 \cdot 10^{-5}$ до $3.965 \cdot 10^{-5}$, радиус периферийного тела Ra_1 – от $1.220 \cdot 10^{-6}$ до $1.884 \cdot 10^{-6}$, полуось орбиты первого слоя a_1 – от 0.0149 до 0.008587, полуось орбиты последнего слоя a_{N_2} – от 0.0652 до

0.2427. У всех структур безразмерная масса $m_{ss} = 1$ и одинаков период обращения тел первого слоя $P_1 = 0.01$. Период обращения тел последнего слоя P_{N2} изменяется от 0.1046 до 0.7475.

Как уже отмечалось, размерные полуоси у этих структур одинаковые и одинаковые размерные массы периферийных тел у 5-, 10- и 24-слойных структур. У 15- и 34-слойных структур массы в два раза большие. Но безразмерные полуоси и массы во всех структурах разные. Переход к безразмерным величинам связан с массами структур, а они – разные. Поэтому одинаковые размерные параметры в безразмерном виде становятся разными.

В последнем столбце табл. 2 приведен относительный наружный радиус r_{95rN2} структур, эволюция которых исследовалась. Он определен в конечный момент по наибольшему расстоянию от центра масс 95% тел, т.е. это – размер структуры с 95% обеспеченностью. Как видим, для всех структур величина r_{95rN2} примерно одинакова при среднем значении $r_{95rN2m} = 1.662$. Только 5% тел удалено от центра на расстояние больше r_{95rN2m} .

Таблица 2. Безразмерные параметры структур, моделирующих шаровые созвездия: безразмерная масса структуры $m_{ss} = 1$; период обращения тел в первом слое для всех структур одинаков $P_1 = 0.01$.

Структуры	N	m_0	$m_1, *10^{-5}$	$Ra_0, *10^{-5}$	$Ra_1, *10^{-6}$	a_1	a_{N2}	P_{N2}	r_{95rN2}
MS05c99e	1488	0.8683	8.859	3.965	1.853	0.01304	0.0652	0.1046	1.753
MS10c99b	5451	0.6426	6.557	3.586	1.676	0.01179	0.1179	0.2535	1.522
MS15c49b	5866	0.4527	9.332	3.189	1.884	0.01049	0.1573	0.3911	1.591
MS24c99b	29701	0.2481	2.532	2.611	1.220	0.008587	0.2061	0.5834	-
MS34c49b	29156	0.1427	2.941	2.171	1.282	0.007138	0.2427	0.7475	-

4.2. Алгоритм масштабного перехода. На основании безразмерных параметров табл. 2 определим размерные параметры 5 моделей шаровых звездных скоплений. Зададим массу периферийного тела равную половине массы Солнца: $m_{1,m} = 0.5 m_s$. В центре шаровых созвездий плотность звезд может достигать от 100 до 1000 звезд на кубический парсек (пк) [8]. С учетом этого для всех моделей в размерном виде задаем полуось орбиты тела первого слоя $a_{1,m} = 0.2$ пак, где один парсек: $1 \text{ пак} = 3.0856776 \cdot 10^{16}$ м.

С учетом безразмерных масс в табл. 2 размерная масса центрального тела будет

$$m_{0,m} = m_{1,m} \cdot m_0 / m_1, \tag{8}$$

а размерная масса всей структуры запишется

$$m_{ss,m} = m_{0,m} + (N - 1) \cdot m_{1,m}. \tag{9}$$

При заданной полуоси первого слоя $a_{1,m}$ определяется геометрический масштаб

$$A_{m,m} = a_{1,m} / a_1. \tag{10}$$

С его помощью находим полуось орбиты тела последнего слоя $a_{N2,m} = A_{m,m} \cdot a_{N2}$. При известных $A_{m,m}$ и $m_{ss,m}$ из (27) в [6] определяется коэффициент времени

$$k_{t,m} = \sqrt{G \cdot m_{ss,m} / A_{m,m}^3}. \quad (11)$$

Коэффициент скорости $k_{v,m}$ вычисляется по формуле (5). С помощью этих коэффициентов, преобразуя кинетический момент и энергию к безразмерному виду, получаем выражения для их масштабных коэффициентов

$$k_M = \frac{k_{v,m}}{A_{m,m} m_{ss,m}}; \quad k_E = \frac{(k_{v,m})^2}{m_{ss,m}}. \quad (12)$$

С помощью масштабных коэффициентов осуществляется переход от безразмерных величин к размерным. Например, размерный период обращения тел в наружном слое рассчитывается так: $P_{N2,m} = P_{N2}/k_{t,m}$.

4.3. Размерные параметры моделируемых шаровых скоплений. В табл. 3 приведены масштабные коэффициенты и размерные величины шаровых созвездий, моделируемых пятью многослойными структурами. Массы тел даны в солнечных массах, полуоси – в парсеках, а периоды в годах. В последнем столбце приведено количество звезд в кубическом парсеке в начальный момент времени. Эта величина определяется так:

$$n_{pk} = \frac{3N}{4\pi(a_{N2,m})^3}. \quad (13)$$

Плотность звезд n_{pk} в табл. 3 изменяется от 355 для 5-слойной структуры до 22 – для 34-слойной структуры. Так как это средние плотности, то эти величины соответствуют наблюдаемых плотностям звезд в центре шаровых звездных скоплений.

Периоды обращения звезд на первом слое $P_{l,m}$ изменяются от 120 до 170 тыс. лет (табл. 3), а на последнем слое: $P_{N2,m}$ – от 1.2 до 12.7 млн. лет. Периоды обращения тел в созвездиях значительно меньше, чем в наружном слое. Так в 10-слойной структуре период обращения тела 4781 относительно тела 4785 равен 388 тыс. лет (рис. 8в), а тела 4776 вокруг тела 4788 – 37.6 тыс. лет.

С учетом среднего значения r_{95rN2m} диаметр этих созвездий $D_g = 1.622 \cdot 2 \cdot r_{95rN2m}$ изменяется от 3.2 пк для 5-слойной структуры до 22 пк для 34-слойной структуры. Диаметр наблюдаемых шаровых звездных скоплений изменяется от 20 до 100 пк, а количество звезд в них – от 10^4 до 10^5 [8]. Как видим, модели шаровых скоплений, основанные на 24- и 34-слойных структурах удовлетворяют этим параметрам.

Форма наблюдаемых шаровых звездных скоплений может отличаться от сферической, поэтому ее характеризуют эллиптичностью [1]. Она определяется как разность наибольшего и наименьшего диаметров, отнесенная к наибольшему диаметру. В нашей Галактике наибольшую эллиптичность, равную 0.4, имеет скопление NGC6273. Наибольшую эллиптичность моделируемых скоплений, равную 0.6, имеет 5-слойное скопление. У остальных моделей с увеличением количества слоев эллиптичность приближается к нулю.

Таблица 3. Размерные параметры шаровых созвездий, моделируемых многослойными структурами при полуоси первого слоя $a_{1,m} = 0.2$ пк и массе звезды $m_{1,m} = 0.5 m_S$, где 1 парсек (пк) = $3.0856776 \cdot 10^{16}$ м, а масса Солнца $m_S = 1.989118 \cdot 10^{30}$ кг.

Структуры	$m_{0,m},$ m_S	$m_{ss,m},$ $m_S,$ $\cdot 10^3$	$A_{m,m},$ M, $\cdot 10^{17}$	$k_{t,m},$ 1/сек, $\cdot 10^{-15}$	$k_{v,m},$ сек/М, $\cdot 10^{-3}$	$a_{N2,m},$ пк	$P_{1,m},$ лет, $\cdot 10^5$	$P_{N2,m},$ лет, $\cdot 10^6$	$n_{pk},$ 1/пк ³
MS05c99e	4901	5.644	4.733	2.658	0.7948	1	1.192	1.247	355
MS10c99b	4900	7.625	5.234	2.656	0.7192	2	1.193	3.024	163
MS15c49b	2426	5.358	5.883	1.869	0.9095	3	1.696	6.631	52
MS24c99b	4899	19.75	7.187	2.657	0.5236	4.8	1.192	6.957	64
MS34c49b	2426	17.00	8.646	1.869	0.6189	6.8	1.696	12.68	22

В работе [1] отмечают, что в форме всех шаровых скоплений, для которых получены качественные оптические изображения, обнаруживаются деформационные хвосты, т.е. имеются отклонения от сферической симметрии. Поэтому можно считать, что несимметричность 10-слойной и 15-слойной моделей шаровых скоплений на рис. 7б в [6] и на рис. 1б является вполне допустимой их формой.

С целью проверки результатов масштабного перехода по размерным параметрам согласно (8) в [6] был рассчитан период обращения тел первого слоя. В формуле (8) в [6] для круговой орбиты $\alpha_l = -1$, радиус перицентра $R_p = a_l$, скорость в перицентре v_p определяется по формуле (9) в [6], а параметр взаимодействия μ_l – по формуле (6) в [6]. Так рассчитанные периоды обращения до единиц четвертого десятичного знака совпали с периодами, вычисленными с помощью масштабного перехода.

4.4. Периоды вращения звезд и их температуры. При рассмотрении сближений и столкновений тел в трех исследованных структурах приводились максимальные спины и тепловые энергии. Кроме того, отмечались максимальные скорости v_{mx} в этих структурах. С помощью масштабных коэффициентов найдем размерные значения скоростей, периодов вращения слившихся тел P_{rt} , а также увеличение их температуры Δt . Для определения радиусов звезд шаровых скоплений зададим их среднюю плотность $\rho_{gk} = \rho_S = 1.406 \cdot 10^3$ кг/м³, где ρ_S – средняя плотность Солнца. Тогда размерные радиусы тел определяются через их размерные массы m_m :

$$Ra_m = \left(\frac{3m_m}{4\pi\rho_{gk}} \right)^{1/3}. \quad (14)$$

Моменты инерции тел определяем как для однородного шара:

$$J_m = 0.4 \cdot m_m \cdot Ra_m^2. \quad (15)$$

Размерные спины и тепловые энергии рассчитываем с помощью масштабных коэффициентов

$$S_{p,m} = S_p/k_M; \quad E_{t,m} = E_t/k_E. \quad (16)$$

Тогда размерные периоды вращения звезд определяются так:

$$P_{rt,m} = 2\pi J_m/S_{p,m}. \quad (17)$$

Для определения температуры нагрева Δt слившихся звезд задаемся их теплоемкостью, равной теплоемкости воды $C_t = 1.183 \cdot 10^3$ Дж/(кг·град). Тогда увеличение температуры слившихся тел будет:

$$\Delta t = E_{t,m}/(m_m \cdot C_t). \quad (18)$$

Выполненные по этим формулам результаты расчетов представлены в табл. 4. В первых пяти столбцах даны безразмерные спины, тепловые энергии и максимальные скорости. С индексом “0” величины относятся к центральному телу, а с индексом “1” – к периферийному телу. Для периферийного тела даны максимальные значения спинов и тепловых энергий. Тела в 5- и в 15-слойных структурах имеют удвоенные массы, а в 10-слойной структуре масса тела равна $5m_1$. Как уже отмечалось, безразмерную максимальную скорость v_{mx} имеют тела, которые находятся вблизи центра структур.

В последних пяти столбцах табл. 4 даны размерные величины. Периоды вращения центрального тела $P_{rt0,m}$ изменяются 2 до 17 дней, а периферийного тела ($P_{rt1,m}$) – достигают тысячных долей дня, что эквивалентно нескольким минутам. Температура нагрева центрального тела Δt_0 изменяется от нескольких сот до двух тысяч градусов, а периферийного (Δt_1) – достигает нескольких десятков тысяч градусов. В центральной области скоплений наибольшая скорость движения звезд равняется двум десяткам км/сек.

При использованных массах тел в этих моделях шаровых скоплений их относительные радиусы не совпадают с относительными радиусами, при которых решалась задача взаимодействия тел (28) в [6]. От радиусов тел зависят их периоды вращения и температуры Δt . Чтобы убедиться, что приведенные в табл. 4 величины являются достоверными, были рассчитаны периоды вращения и температуры при исходных размерных радиусах тел.

Таблица 4. Периоды вращения звезд P_{rt} в днях, температуры нагрева Δt в градусах Кельвина при столкновениях и максимальные скорости v_{mx} в км/сек в шаровых скоплениях, моделируемых многослойными структурами.

Структуры	Безразмерные величины					Размерные величины				
	$S_{p0},$ *10 ⁻⁷	$S_{p1},$ *10 ⁻⁹	E_{t0}	$E_{t1},$ *10 ⁻³	v_{mx}	$P_{rt0,m},$ дней	$P_{rt1,m},$ дней, *10 ⁻³	$\Delta t_0,$ К	$\Delta t_1,$ К, *10 ⁺⁴	$v_{mx,m}$ км/сек
MS05c99e	-	2.71	-	3.24	14.3	-	1.549	-	2.447	17.99
MS10c99b	2.13	6.39	0.762	6.45	17.7	16.87	1.832	1938	3.215	24.61
MS15c49b	8.99	3.75	0.149	6.46	16.9	1.982	1.085	336.3	3.537	18.58

Температуры оказались в среднем в 10 раз большие. Температуры пропорциональны квадратам скоростей движения тел. При исходных параметрах скорости в три раза большие, что объясняет большие на порядок температуры.

Периоды вращения при исходных параметрах были в 60 раз большие. Периоды вращения обратно пропорциональны скоростям и пропорциональны квадратам

радиусов тел. Радиусы тел при исходных параметрах в 15 раз меньше. Это объясняет 60-кратное увеличение периодов.

Таким образом, представленные в табл. 4 прибавки температуры звезд и их периоды вращения в моделях шаровых скоплений по порядку величин достоверно отражают эти свойства тел.

Процессы слияния тел зависят от радиусов тел. Связь радиусов с массами тел, отличается от связи расстояний с массами в уравнении взаимодействия (28) в [6]. Поэтому для более точного моделирования параметров тел при их слиянии необходимо радиусы тел задавать соответствующие моделируемой звездной системе.

Представленные в табл. 4 периоды вращения и температуры периферийных тел являются экстремальными. Как было показано в п. 3.3 минимальные значения спинов и тепловых энергий на один-два порядка меньше. Поэтому в среднем, температуры Δt_l для периферийных тел в несколько раз меньше, а периоды вращения $P_{rtl,m}$ – в несколько раз большие.

4.5. Модели центрального тела. Одной из главных проблем таких звёздных ассоциаций как шаровые звёздные скопления и галактики является масса центрального тела: насколько она должна быть большой. Для задачи взаимодействия тел плоской осесимметричной структуры [2] - [3] точное решение существует при отсутствии центрального тела, то есть при $m_0 = 0$. Однако такая структура неустойчива. В результате численных экспериментов для сферической однослойной структуры [4] - [5] было установлено, что такие структуры можно создавать при относительной массе центрального тела $p_{m0} < 0.95$. Поэтому многослойные структуры создавались с некоторым запасом при $p_{m0} = 0.99$.

В многослойной структуре масса центрального тела, отнесенная к массе всей структуры, уменьшается с увеличением количества слоёв от $m_0 = 0.87$ для пятислойной структуры до $m_0 = 0.14$ для 34-слойной структуры (табл. 2). Однако размерная масса центрального тела $m_{0,m}$ остаётся равной тысячам масс Солнца (табл. 3). С целью уменьшения массы центрального тела заменим его моделью, которая представляет собой многослойную структуру, аналогичную рассмотренным выше. Пусть масса этой структуры равняется массе центрального тела

$$m_{ss3,m} = m_{0,m}, \quad (19)$$

а наружная полуось орбиты составляет k_{a1} часть от полуоси внутреннего слоя шарового скопления

$$a_{N23,m} = k_{a1} \cdot a_{1,m}. \quad (20)$$

Здесь индексом “3” обозначены параметры модели первого центрального тела. Впоследствии будут еще модели других центральных тел. Два условия (19) – (20) однозначно определяют параметры этой модели.

По параметрам рассмотренных многослойных структур были рассчитаны модели центрального тела. Для модели шарового скопления с N_2 слоями создавалась модель центрального тела с таким же количеством слоев. В табл. 5 приведены параметры моделей 1-ого центрального тела при коэффициенте $k_{a1} = 0.5$, т.е. наружный размер модели центрального тела равняется половине внутреннего размера многослойной структуры. Здесь даны масса центрального тела $m_{03,m}$ и масса периферийного тела $m_{13,m}$ в солнечных массах, а также период обращения тела на

внутреннем слое $P_{13,m}$ и период обращения тел на наружном слое $P_{N23,m}$ в сидерических годах. Для пятислойной модели масса центрального тела $m_{0,m}$ уменьшалась с 4901 (табл. 3) до 4255 масс Солнца (табл. 5), то есть это – не значительное уменьшение. Для 34-слойной структуры она уменьшалась с 2426 до 346.1 солнечных масс, то есть в 7 раз. В этой структуре периферийные тела имеют массу $m_{1,m} = 0.5$ масс Солнца, а в модели центрального тела масса периферийных тел $m_{13,m} = 0.0713$ солнечных масс. То есть также в 7 раз меньше. Их период обращения во внутреннем слое $P_{13,m} = 800.6$ лет, а в наружном слое $P_{N23,m} = 59840$ лет. Эти периоды в 212 раз меньше соответствующих периодов обращения тел в модели шарового скопления (табл. 3).

Таблица 5. Модели центральных тел в виде многослойных структур при условиях (19) - (20) и $k_{al} = 0.5$.

Структуры	Модели 1-го центрального тела				Модели 2-го центрального тела			
	$m_{03,m},$ m_S	$m_{13,m},$ m_S	$P_{13,m},$ лет,	$P_{N23,m},$ лет, $\cdot 10^4$	$m_{04,m},$ m_S	$m_{14,m},$ m_S	$P_{14,m},$ лет,	$P_{N24,m},$ лет
MS05c99e	4255	0.4341	4045	4.231	3695	0.3770	137.3	1436
MS10c99b	3149	0.3213	1664	4.217	2024	0.2065	23.20	588.2
MS15c49b	1073	0.2306	1534	5.998	474.7	0.1020	14.03	548.8
MS24c99b	1216	0.1240	719.9	4.200	301.6	0.0308	4.346	253.6
MS34c49b	346.1	0.0713	800.6	5.984	49.37	0.0102	3.780	282.6

Эта модель центрального тела моделирует центральное тело многослойной структуры, т.е. это есть модель первого центрального тела. В модели центрального тела также имеется центральное тело, т.е. это – второе центральное тело. Его также можно заменить многослойной моделью согласно условиям аналогичным (19) – (20). В табл. 5 приведены параметры модели 2-го центрального тела с индексом “4”. Наиболее существенного уменьшилась масса 2-ого центрального тела $m_{04,m}$ для 34-слойной его модели, а именно также в 7 раз по отношению к $m_{03,m}$. Во столько же раз уменьшилась масса периферийных тел $m_{14,m}$. Периоды обращения $P_{14,m}$ и $P_{N24,m}$ также уменьшилась в 212 раз по сравнению с соответствующими периодами модели 1-ого центрального тела.

В этих моделях центрального тела с двумя 34-слойными структурами масса центрального тела равняется 49.37 масс Солнца. Если использовать ещё модель 3-его центрального тела, то масса центрального тела уменьшится до 7 масс Солнца. В этом случае центрального тела будут окружать 34 слоя обращающихся тел с массой равной полторы массы Юпитера. На внутреннем слое период их обращения будет равен 6.5 дней, а на 34-слое – 1.3 года. Всего этих периферийных тел будет 29155. Затем такое же количество тел с массой 0.0102 масс Солнца будут находиться в 34 слоях с периодами обращения 3.78 лет на 35-ом слое и 282.6 лет – на 68 слое. Следующие 29155 тел с массой 0.0713 масс Солнца находятся в 34 слоях с периодами обращения 800.6 лет на 69-ом слое и 59.84 тысяч лет – на 102 слое. В 34 наружных слоях этого шарового скопления находятся 29155 звезд с массой 0.5 масс Солнца и периодами обращения 169.6 тыс. лет на 103 слое и 12.68 млн. лет на 136 слое. Всего это скопление содержит 116620 периферийных тел, обращающихся вокруг центрального тела с массой равной 7 масс Солнца. Радиус первого слоя равен 0.13 астрономической единицы (AU), а 136-го слоя – 6.8 пк или $2.06 \cdot 10^5$ AU. Период обращения тел в первом слое, как уже отмечалось, равен 6.5 дней, а в последнем – 12.68 млн. лет.

Тела на внутреннем слое с массой, равной 1.5 массы Юпитера, не являются источниками светового излучения, поэтому они будут экранировать центральное тело. В слоях, начиная с 35-ого, масса тел будет увеличиваться, и будет появляться их светимость вначале в инфракрасном диапазоне, потом в красном, а затем и в других диапазонах спектра.

Масштабирование результатов выполненных исследований позволяет предвидеть такую иерархически сложенную многослойную структуру шарового звездного скопления с умеренной массой центрального тела. Большие скорости тел и их близкое расположение на внутренних слоях могут способствовать более частым их столкновениям, чем в рассмотренных структурах, что может способствовать их разрушению. Поэтому, чтобы удостовериться, что такие скопления возможны, необходимо создавать их модели и исследовать их эволюцию. Эти модели можно создавать на основании многослойных структур, эволюция которых от первоначально организованного состояния до установившегося уже произошла, например, на основании 15-слойной структуры MS15c49b.dat в момент $T = 0.779$. Тогда на исследование эволюции таких шаровых скоплений потребуется значительно меньше времени.

В отличие от 34-слойной структуры для 15-слойной потребуется создавать не три модели центрального тела, а несколько больше. Например, при семи моделях масса периферийного тела на внутреннем слое будет равна 2.2 массы Юпитера. При этом период его обращения станет на 8 порядков меньше, что вызывает сомнение в устойчивости такой структуры. При трех моделях центрального тела масса периферийного тела на внутреннем слое будет равна 51.4 массы Юпитера, ее полуось равна $1.96 \cdot 10^{-2}$ пк или 4047 AU, а период – $9.13 \cdot 10^{-2}$ года или 33.4 дня. В этом случае масса центрального тела равняется 238 масс Солнца, т.е. в 10 раз меньше, чем без модели центрального тела (табл. 3). Шаровое скопление будет содержать 23465 тел, а параметры его 15 наружных слоев будут такие как в табл. 3 для 15-слойной структуры. Нам представляется, что такая иерархическая модель шарового скопления будет устойчива.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В 15-слойной структуре также как и в структурах с пяти и с десяти слоями происходит столкновение и укрупнение тел. Но со временем количество столкновений уменьшается и скопление переходит в установившуюся форму своего существования. Часть звезд при своём движении вокруг центра масс скопления могут объединяться в созвездия. В созвездии происходит относительное движение звезд вокруг его центра масс.

Орбиты звёзд расположены в разных плоскостях. Их орбитальные моменты количества движения из-за взаимодействия изменяются, но момент количества движения всего скопления остаётся неизменным. По величине он может достигать половине суммы модулей орбитальных моментов всех звёзд.

При слиянии звёзд они приобретают дополнительные вращение и температуру. Оси вращения звёзд имеют разное направление. Суммарный момент количества вращательного движения по направлению не совпадает с направлением суммарного орбитального момента, а по величине он в сотни тысяч раз меньше.

Существование шарового скопления обусловлено притяжением центрального тела и взаимным притяжением звезд друг к другу. С увеличением количества слоёв

относительная масса центрального тела снижается с 0.87 при пяти слоях до 0.14 при 34 слоях. Однако в абсолютном выражении она остаётся на уровне нескольких тысяч солнечных масс. Выполненные модели центрального тела в виде многослойных структур показывают, что масса центрального тела можно уменьшить на один-два порядка. Однако скорость движения звезд на внутренних слоях становится большой, что может привести к разрушению скопления. По-видимому, должна существовать минимальная масса центрального тела, меньше которой шаровое скопление не может существовать.

Настоящая работа выполнялась в рамках темы 121041600047-2. Исследования эволюции многослойных структур выполнялись на суперкомпьютерах ЦКП Сибирский Суперкомпьютерный Центр ИВМиМГ СО РАН, г. Новосибирск. Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Локтин А.В., Марсаков В.А. Лекции по звёздной астрономии. Учебно-научная монография. Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет. 2009. 280 с.
2. Смульский И.И. Теория взаимодействия. Новосибирск: Из-во Новосиб. ун-та, НИЦ ОИГГМ СО РАН, 1999 г. – 294 с. – http://www.ikz.ru/~smulski/TVfulA5_2.pdf.
3. Смульский И.И. Осесимметричная задача гравитационного взаимодействия N-тел // Математическое моделирование. – 2003. – № 5. – т. 15. – С. 27-36. – <http://www.smul1.newmail.ru/Russian1/IntSunSyst/Osvnb4.doc>.
4. Смульский И.И. Сферически распределенные структуры. Институт криосферы Земли СО РАН. – Тюмень, 2016. – 43 с. – Рус. Деп. в ВИНТИ 22.08.2016. – № 112-B2016. – <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/SphDsSt2.pdf>.
5. Смульский И.И. Периодические орбиты N тел на сфере // Космические исследования. – 2020. – № 1. – т. 58. – С. 49-60. – DOI: 10.31857/S0023420620010070. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/PrdOrNBS3f.pdf>.
6. Смульский И.И. Многослойные модели шаровых звездных скоплений. Часть 1 // Сложные системы. – 2022. – № 1 (42). – С. 43-67.
7. Smulsky J.J. The System of Free Access Galactica to Compute Interactions of N-Bodies // I. J. Modern Education and Computer Science. – 2012. – No. 11. – P. 1-20. – DOI: 10.5815/ijmecs.2012.11.01. <http://www.mecs-press.org/>.
8. Talpur J. A Guide to Globular Clusters. Keele University, 1997. – P. 18. – URL: <https://www.astro.keele.ac.uk/workx/globulars/globulars.html>.

MULTILAYER MODELS OF GLOBULAR STAR CLUSTERS. Part 2

Smulsky J.J. (Dr. Sci. (Physics and Mathematics), prof.)

Institute of Earth's Cryosphere, Tyumen, *Russian Federation*; jmulsky@mail.ru

Abstract. As a result of solving the problem of gravitational interaction of N bodies, the evolution of 15-layer structures is studied. The processes of combining bodies into constellations inside a globular cluster are investigated and the relative motions in them are considered. These studies were carried out in dimensionless form. As a result of the scale transition, the parameters were recalculated to the conditions of globular clusters. Additionally, structures with 24 and 34 layers are considered. The periods of rotation and temperatures of merged stars are determined. Attention is paid to decreasing the mass of the central body in the considered models of globular clusters. For this

purpose, multilayer models of the central body were used. They allow reducing the mass of the central body by 1-2 orders of magnitude.

Key words: *N*-body problem, solution, globular star clusters, properties

REFERENCES

1. Loktin A.V., Marsakov V.A. Lekcii po zvezdnoj astronomii. Uchebno-nauchnaja monografija [Lectures on stellar astronomy. Educational and scientific monograph]. Rostov-na-Donu: Juzhnyj federal'nyj universitet, 2009. 280 p.
2. Smul'skij I.I. Teorija vzaimodejstvija [The theory of interaction]. Novosibirsk: Iz-vo Novosib. un-ta, NIC OIGGM SO RAN, 1999. 294 p.
URL: http://www.ikz.ru/~smulski/TVfulA5_2.pdf.
3. Smul'skij I.I. Osesimmetrichnaja zadacha gravitacionnogo vzaimodejstvija *N*-tel [The axisymmetric problem of gravitational interaction of *N*-bodies]. *Matematicheskoe modelirovanie [Math Modeling]*. 2003. Vol. 15. No. 5. P. 27-36.
URL: <http://www.smul1.newmail.ru/Russian1/IntSunSyst/Osvnb4.doc>.
4. Smul'skij I.I. Sfericheski raspredelemnnye struktury [Distributed structures on the sphere]. Tjumen': Institut kriosfery Zemli SO RAN. Dep. v VINITI. 2016. No. 112-B2016. 43 p.
URL: <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/SphDsSt2.pdf>.
5. Smulsky J.J. Periodic Orbits of *N* Bodies on a Sphere. *Cosmic Research*. 2019. Vol. 57. No. 6. P. 459-470. DOI: 10.1134/S001095251906008X.
URL: <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/PrdOrNBS3Ej.pdf>.
6. Smulsky J.J. Multilayer models of globular star clusters. Part 1 // *Complex systems*. 2022. No. 1 (15). P. 37-59.
7. Smulsky J.J. The System of Free Access Galactica to Compute Interactions of *N*-Bodies. *I.J. Modern Education and Computer Science*. 2012. No. 11. P. 1-20. DOI: 10.5815/ijmecs.2012.11.01. URL: <http://www.mecs-press.org/>.
8. Talpur J.A. Guide to Globular Clusters. Keele University, 1997. 18 p.
URL: <https://www.astro.keele.ac.uk/workx/globulars/globulars.html>.